

2009年度 卒業論文

曲面テクスチャによるリアルタイムに
形状変化するエフェクトの研究

指導教員：渡辺 大地 講師

メディア学部 ゲームサイエンスプロジェクト
学籍番号 M0106248
杉本 憲和

2009年度 卒業論文概要

論文題目

曲面テクスチャによるリアルタイムに
形状変化するエフェクトの研究

メディア学部

学籍番号： M0106248

氏名

杉本 憲和

**指導
教員**

渡辺 大地 講師

キーワード

リアルタイム3DCG、パラメトリック曲面、Gregory 曲面、空力表現、CGエフェクト、テクスチャアニメーション

近年、アニメーションやビデオゲームなどのコンテンツ上で3次元コンピューターグラフィックスを用いて数多くの表現が開発されている。中でも物体が風を切って移動するといった表現において物体の周りを流れる空気を可視化する誇張表現がしばしば用いられる。そうした表現を空力表現と名づけた。空力とは一般的には空気の運動作用や、空気中を移動する物体への影響を指すものである。本稿では空力を「物体が移動することによって物体の表面上の空気の流れに影響を与える」「空気の流れへの影響は物体の形状と移動する速度に応じて変化する」現象と定義する。この現象を可視化するために一般的には空力の影響を受けた空気の流れを線や面によって表現する方法が用いられている。可視化した空力は、物体が移動する速度が速くなるにつれ、物体の運動方向に帆を張るように大きく展開していき、その後物体を包み込むように形状が変化する。3次元のビデオゲーム上ではこうした効果を1枚の矩形ポリゴンである板ポリゴンや代数曲面などのプリミティブな形状に2次元の画像をテクスチャマッピングしたもので表現するのが一般的である。しかし、これらの方法では全ての視点で空力を表現することができない、空力の形状変化を表現することができないなど問題点が存在する。

そこで本稿ではパラメトリック曲面を用いた空力の表現手法を提案する。パラメトリック曲面とは、少数の制御点によって多数の頂点を決定し、広域的で滑らかな形状を表現する手法である。本手法では格子状に接続した9枚のパラメトリック曲面を用いて空力を表現する。各曲面の制御点を物体の形状、速度に応じて移動することでそれぞれに応じた空力の形状をリアルタイムに変化することが可能である。そこで本研究では曲面表現手法の中でも曲面間を滑らかにつなぐことが容易なGregory曲面を用いる。本手法では9枚のGregory曲面を空力を正面から9つに格子状に分割した各部分に対応させ、各曲面が対応した空力の部分を生成することで1つの空力を生成した。そして、生成した曲面に空力の質感を表現するアニメーションテクスチャをマッピングすることで空力を表現した。形状の異なる複数の物体から生成された空力の形状を比較することで物体の形状ごとの空力が生成できているか検証した。また、空力の変形時の動作フレームレートを計測することでリアルタイム性を検証した。検証の結果、本手法ではリアルタイムに形状変化する空力表現を可能にした。

目次

第1章	はじめに	1
1.1	研究の背景と目的	1
1.2	本論文の構成	6
第2章	Gregory 曲面を用いた空力の表現手法	7
2.1	空力の構造	7
2.2	Gregory 曲面	9
2.3	制御点位置の決定	13
2.3.1	曲面 G_5 の制御点の位置の決定	15
2.3.2	曲面 G_2 、 G_4 、 G_6 、 G_8 の制御点の位置の決定	20
2.3.3	曲面 G_1 、 G_3 、 G_7 、 G_9 の制御点の位置の決定	25
2.4	曲面の分割数	28
2.5	テクスチャマッピング	31
第3章	動作検証と考察	35
3.1	動作検証	35
3.2	考察	38
第4章	まとめ	39
	謝辞	40
	参考文献	41

第 1 章

はじめに

1.1 研究の背景と目的

近年、3次元コンピューターグラフィックスを用いて数多くの表現が開発されている。その中に空気の流れを可視化する表現がある。これらを用いる用途は2つに分類することができる。第1に流体解析における空間中の空気の流れを可視化する表現として用いるものである。代表的な例として流線 [1] がある。第2にアニメーションやビデオゲームなどのコンテンツにおいての、物体が風を切って移動するといった表現に物体の周りを流れる空気を可視化する誇張表現として用いるものがある。代表的な例として『新世紀GPXサイバーフォーミュラ』や『爆走兄弟レッツ&ゴー!!』などの走っている車の周囲に発生している空気の流れの表現や、『機動戦士ガンダム』におけるガンダムや隕石の大気圏突入シーン、ビデオゲームにおける必殺技のエフェクトなどがある。

本研究では映像コンテンツ上での可視化表現を空力表現と呼称する。空力とは一般的には空気の運動作用や、空気中を移動する物体への影響を指すものである。本稿では空力を以下の現象と定義する。

- 物体が移動することによって物体の表面上の空気の流れに影響を与える。
- 空気の流れへの影響は物体の形状と移動する速度に応じて変化する。

この現象を可視化するために一般的には空力の影響を受けた空気の流れを線や面によって表現する方法が用いられている。可視化した空力は、物体が移動する速度が速くなるにつれ、物体の運動方向に帆を張るように大きく展開していき、その後物体を包み込むように形状が変化する。図 1.1 にその様子を示す。

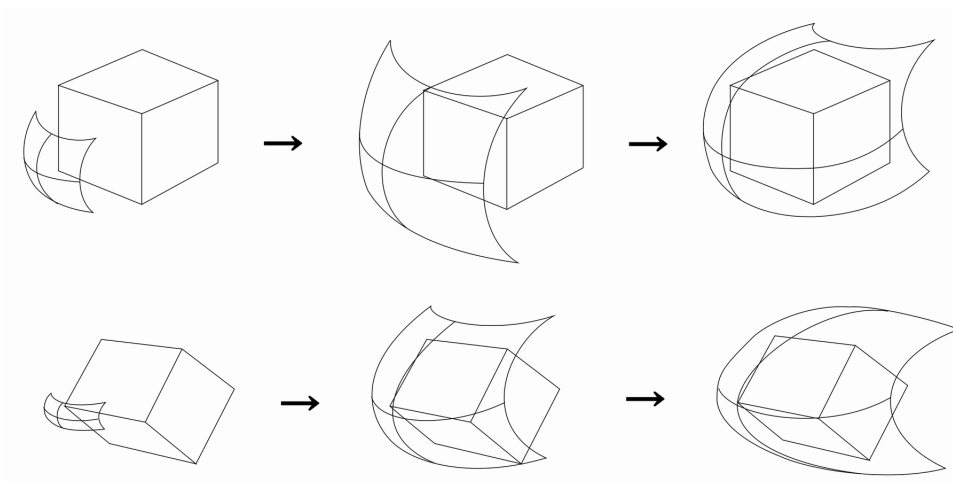


図 1.1: 可視化した形状の変化

現在、リアルタイムの 3 次元のビデオゲーム上で空力を表現する手法として最も一般的なものが、1 枚の矩形ポリゴンである板ポリゴンや代数曲面などのプリミティブな形状にアニメーションテクスチャをマッピングしたものをを用いる手法 [2][3] である。

まず、板ポリゴンを用いる手法を述べる。はじめに何種類かの視点から見た画像が描かれたテクスチャを準備する。図 1.2 は 3 種類の視点から見たテクスチャの例である。左の画像は空力を正面から見た画像であり、同様に空力を右側から見た画像と右上側から見た画像をテクスチャとして準備する。

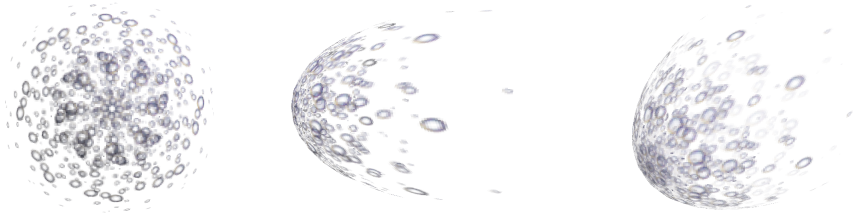


図 1.2: テクスチャの準備

次に、視線とテクスチャのマッピングされたポリゴンが垂直になるようにこれらを配置する。視点の位置が変わった場合、テクスチャをマッピングしたポリゴンを視線と垂直になるように回転する。図 1.3 にその様子を示す。

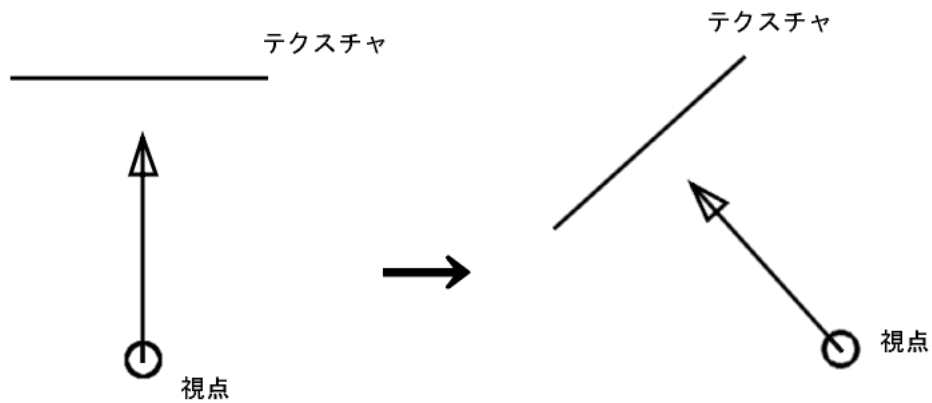


図 1.3: 視点変更に応じたポリゴンの回転

さらに、視点の位置に応じてポリゴンにマッピングするテクスチャを他の視点から見たテクスチャに切り替える。図 1.4 にその様子を示す。

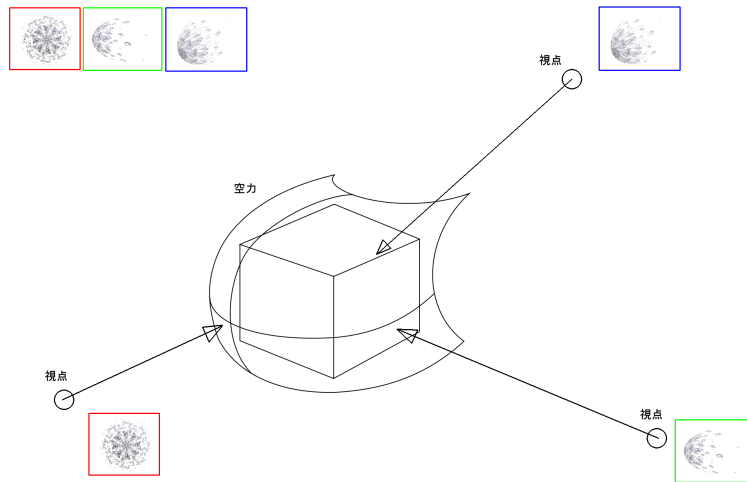


図 1.4: 視点位置に応じたテクスチャの切り替え

このように板ポリゴンを用いる手法では、空力を1枚の絵として表示し、視点が変わった場合はポリゴンの回転とあらかじめ用意した画像を切り替えることで空力を表現している。

次に代数曲面などのプリミティブな形状を用いる手法を述べる。図 1.5 はプリミティブな形状の例である。

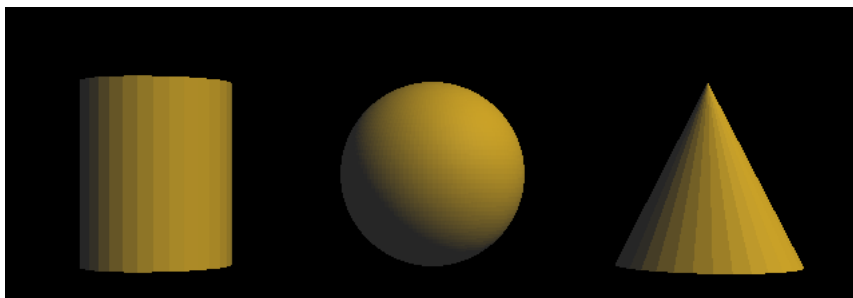


図 1.5: プリミティブな形状の例

図 1.5 のような形状を用意し、それぞれの形状に応じてテクスチャを球体マッピング [4] や円筒マッピング [5] を行う。次に速度に応じてテクスチャをマッピングし

たポリゴンの大きさを変える。図 1.6 は円錐での速度が速くなった場合での様子を示している。

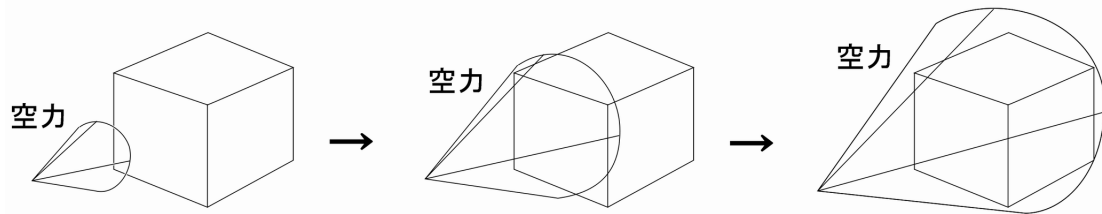


図 1.6: 速度に応じて大きさを変える

このように代数曲面などを用いる手法では、あらかじめ用意した空力の形状の大きさを変えることで空力を表現している。また、代数曲面などではなく空力の形状をモデリングしたものにラップマッピング [6] を施したものを用いる場合もある。

しかし、これらの方法にはそれぞれ問題点がある。まず、板ポリゴンを用いる方法では正確に空力の形状を表現しているのはあらかじめ画像を準備した 3 箇所位置に視点がある場合のみである。それ以外の位置で空力の形状を正確に表現するには新たな画像を準備する必要があり、すべての視点からの画像を用意するのは非常に手間がかかる。次に代数曲面などを用いる方法では、形状を用意することで視点の変更に対応することは可能だが常に同じ形状によって表現している。そのため物体の形状、移動する速度に応じて空力が物体を包み込む形状変化を表現することが出来ない。物体と速度に応じて空力が物体を包み込むように形状の変化を行うには、空力の形状を曲げるなどの操作が必要になる。また、滑らかに曲げるためにはポリゴンの頂点数を増やすことや、各頂点を物体と速度に応じて各頂点を移動することが必要となるため非常に手間がかかる。

そこで本研究はパラメトリック曲面を用いて物体の形状と移動する速度に応じてリアルタイムに形状変化する空力を生成することを目的とした。パラメトリック曲面とは、少数の制御点によって多数の頂点を決定し、広域的で滑らかな形状を表現する手法である。この少数の制御点を移動することで曲面の形状を動的に変化する

ことができる。パラメトリック曲面には Coons 曲面 [7]、Bézier 曲面 [8][9]、B-Spline 曲面 [10]、NURBS[11]、Gregory 曲面 [12][13] がある。これらのうち、本研究では曲面間を滑らかにつなぐことが容易である Gregory 曲面に着目した。Gregory 曲面の制御点を物体の形状、速度に応じて移動することで、曲面の形状が動的に変化し、リアルタイムで形状変化する空力を表現することができる。そして、最後に本研究の手法を実装したプログラムを使用し、物体の速度に応じた空力の形状変化とリアルタイム性について検証を行った。検証結果から本研究の手法により物体の形状と移動する速度に応じた空力の形状変化とリアルタイム処理ができることを確認した。

1.2 本論文の構成

本論文の構成は以下の通りである。第 2 章で Gregory 曲面を用いた空力表現の手法について述べ、第 3 章はその実行結果と物体の形状と速度に応じて形状変化する空力として表現できているかの検証を行う。最後に第 4 章でまとめと今後の展望を述べる。

第 2 章

Gregory 曲面を用いた空力の表現手法

本稿では空力を表現する方法として、Gregory 曲面 [12][13] を利用した手法を提案する。Gregory 曲面はパラメトリック曲面の 1 つである。パラメトリック曲面は、位置ベクトルを持った少数の制御点と呼ぶものによって多数の頂点を決定し、広域的で滑らかな形状を表現する手法である。本研究では Gregory 曲面を用いた空力の表現として以下のような手順を行った。

1. Gregory 曲面の制御点の位置を決定
2. 各曲面の分割数の決定
3. テクスチャマッピング

以下、本研究における空力の構造と Gregory 曲面について述べたのち、個々の処理について説明する。

2.1 空力の構造

可視化した空力は、物体が移動する速度が速くなるにつれ、物体の運動方向に帆を張るように大きく展開していき、その後物体を包み込むように形状が変化する。

本手法では空力の形状変形を行うために、空力を 9 つに格子状に分割した。図 2.1 にその様子を示す。

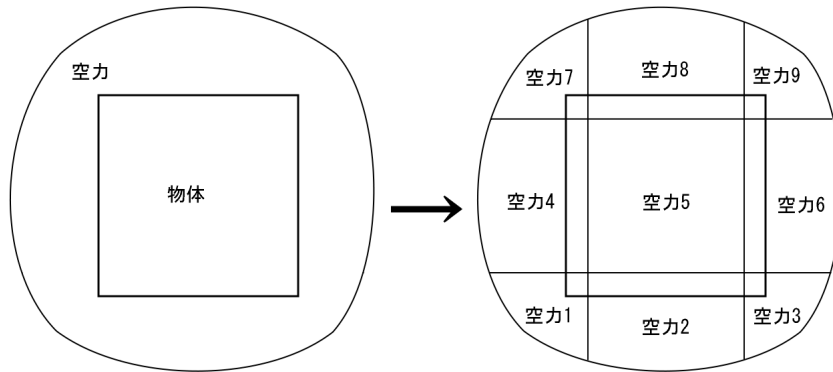


図 2.1: 9つに分解した空力

分割した空力の各部分にはそれぞれ特徴があり、空力の正面部分は速度が速くなるにつれ空力が物体の運動方向に帆を張るように変化していく部分である。図 2.2 にその様子を示す。

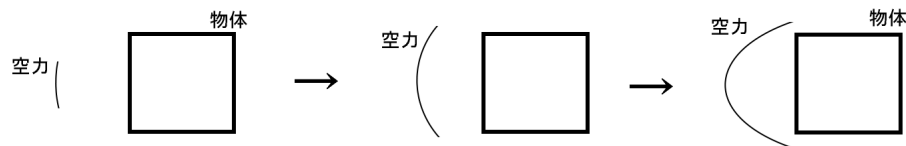


図 2.2: 空力の正面部分の変化

そして、正面部分を除いた空力の各部分は空力の正面部分の変化に合わせて物体を包み込む部分である。図 2.3 にその様子を示す。点線が空力の正面部分を表し、実線が正面部分を除いた空力の各部分を表している。

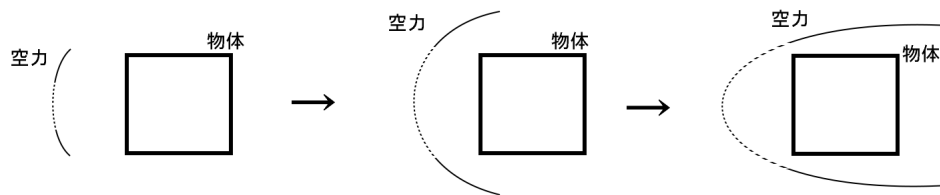


図 2.3: 空力の下面、左面、右面、上面部分の変化

これらの空力の各部分と複数の Gregory 曲面をそれぞれ対応を行う。そして、Gregory 曲面が対応した空力の部分に応じた形状変形を行うことで空力を表現することが出来る。

2.2 Gregory 曲面

本研究では Gregory 曲面を速度に応じて形状変形することで空力を表現している。

Gregory 曲面とは、Gregory による一般 Coons 曲面の拡張 [14] と同様の拡張を Bézier 曲面 [8][9] に対して施した曲面表現式である。双 3 次の Gregory 曲面は 20 個の制御点 $\mathbf{P}_{ijk}(i = 0, \dots, 3; j = 0, \dots, 3; k = 0, 1)$ で表現している。図 2.4 にその様子を示す。

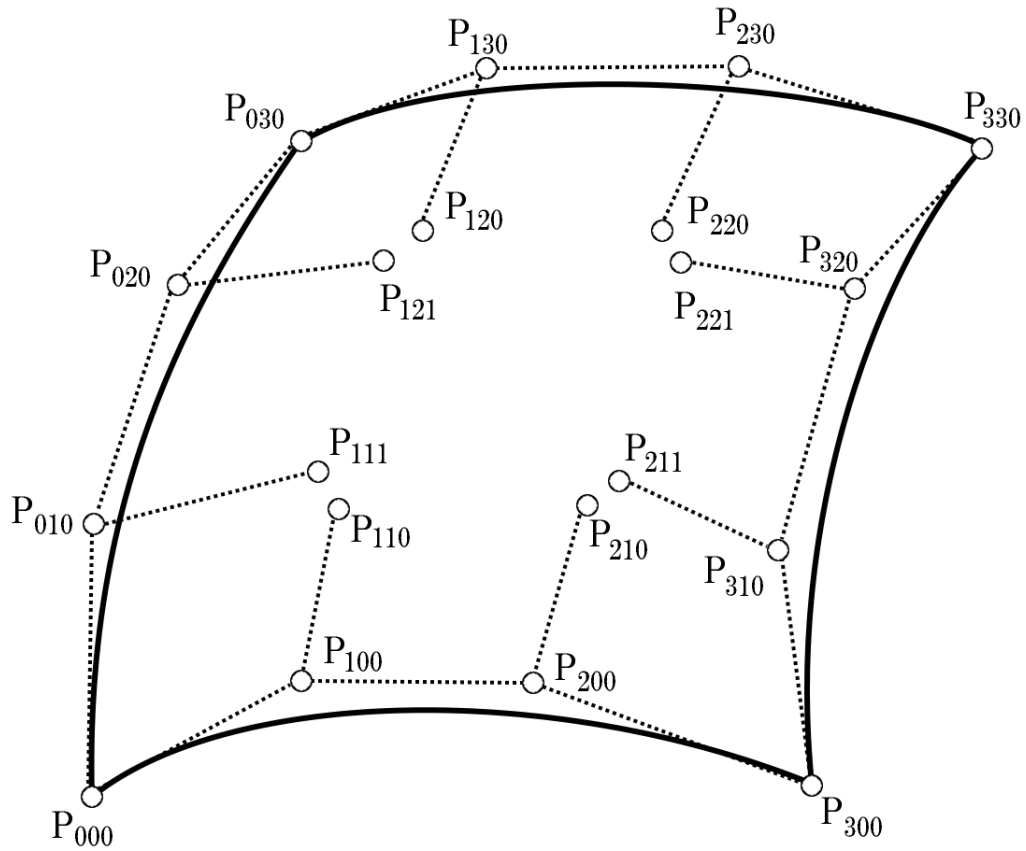


図 2.4: Gregory 曲面

双 3 次の Gregory 曲面の曲面表現式は式 (2.1) のようになる。

$$\mathbf{S}(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m B_i^n(u) B_j^m(v) \mathbf{Q}_{ij}(u, v) \quad (2.1)$$

ただし、 $B_i^n(u)$ と $B_j^m(v)$ は式 (2.2) の Bernstein 基底関数である。

$$B_i^n(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i} \quad (2.2)$$

ここで、

$$\binom{n}{i} = {}_n C_i = \frac{n!}{i!(n-i)!} \quad (2.3)$$

は 2 項係数である。

また、曲面の制御点 \mathbf{P}_{ijk} と \mathbf{Q}_{ij} には、次のような関係がある。

- $i \neq 1, 2$ または $j \neq 1, 2$ のとき

$$\mathbf{Q}_{ij} = \mathbf{P}_{ij0} \quad (2.4)$$

- $i = 1, 2$ かつ $j = 1, 2$ のとき

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{11}(u, v) &= \frac{u\mathbf{P}_{110} + v\mathbf{P}_{111}}{u + v}, \\ \mathbf{Q}_{12}(u, v) &= \frac{u\mathbf{P}_{120} + (1 - v)\mathbf{P}_{121}}{u + (1 - v)}, \\ \mathbf{Q}_{21}(u, v) &= \frac{(1 - u)\mathbf{P}_{210} + v\mathbf{P}_{211}}{(1 - u) + v}, \\ \mathbf{Q}_{22}(u, v) &= \frac{(1 - u)\mathbf{P}_{220} + (1 - v)\mathbf{P}_{221}}{(1 - u) + (1 - v)} \end{aligned} \quad (2.5)$$

ただし、 $0 \leq u, v \leq 1$ である。

この曲面表現式は、以下のような特徴を持っている。

1. Gregory 曲面の境界曲線は Bézier 曲線 [15][16][17] になる。
2. Bézier 曲面と同様に凸閉包性を持つ。これは、曲面上の任意の点が、曲面の制御点で囲む領域の内部に存在するという性質である。この性質から、曲面間の干渉についてのラフなチェックを高速に行うことが可能である。
3. Gregory 曲面の特別な場合が、Bézier 曲面である。Gregory 曲面の制御点 \mathbf{P}_{110} と \mathbf{P}_{111} 、 \mathbf{P}_{120} と \mathbf{P}_{121} 、 \mathbf{P}_{210} と \mathbf{P}_{211} 、 \mathbf{P}_{220} と \mathbf{P}_{221} がそれぞれ等しい時には、Gregory 曲面は Bézier 曲面と等しくなる。

さらに、境界線を共有する曲面同士の接続について述べる。図 2.5 は、接続する 2 枚の Gregory 曲面 $A(u, v), B(u, v)$ を表している。

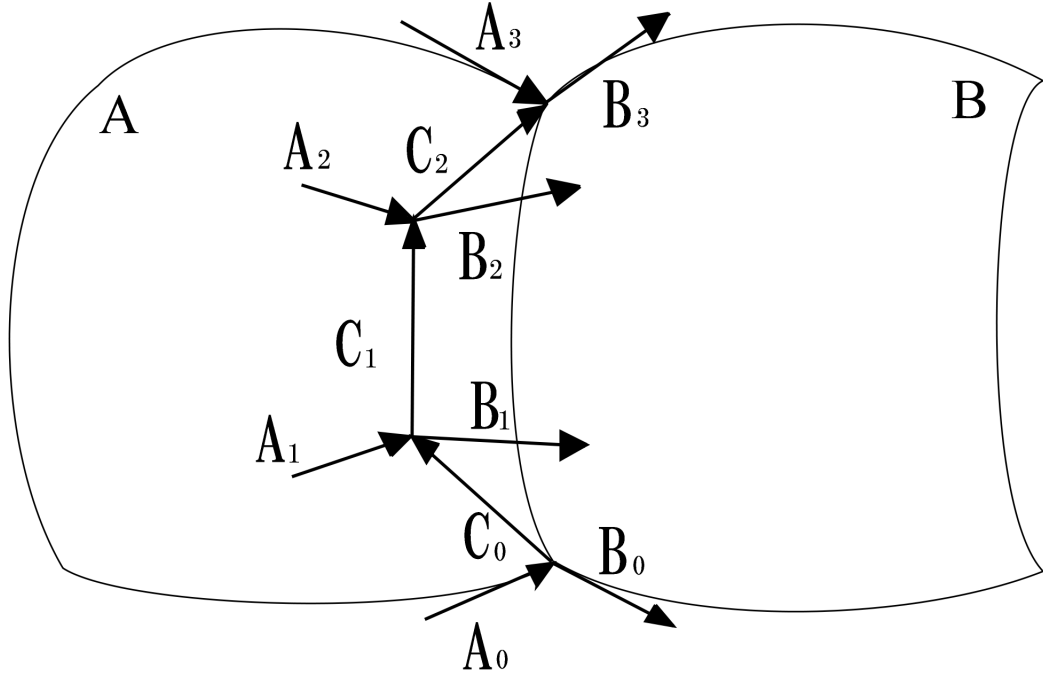


図 2.5: 2 枚の Gregory 曲面の接続

ここで、境界曲線に隣接する制御点間ベクトルを $\mathbf{A}_i (i = 0, \dots, 3)$, $\mathbf{B}_i (i = 0, \dots, 3)$, $\mathbf{C}_i (i = 0, 1, 2)$ とすると、

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1 &= \frac{2\mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_3}{3}, \\ \mathbf{A}_2 &= \frac{\mathbf{A}_0 + 2\mathbf{A}_3}{3} \end{aligned} \quad (2.6)$$

と仮定したとき、式 (2.7) によって 2 つの曲面を滑らかに繋げるような $\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2$ を計算できる。

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_1 &= \frac{(k_1 - k_0)\mathbf{A}_0 + 3k_0\mathbf{A}_1 + 2h_0\mathbf{C}_1 + h_1\mathbf{C}_0}{3}, \\ \mathbf{B}_2 &= \frac{3k_1\mathbf{A}_2 - (k_1 - k_0)\mathbf{A}_3 + h_0\mathbf{C}_2 + 2h_1\mathbf{C}_1}{3} \end{aligned} \quad (2.7)$$

ただし、 k_0, h_0, k_1, h_1 は

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_0 &= k_0\mathbf{A}_0 + h_0\mathbf{C}_0, \\ \mathbf{B}_3 &= k_1\mathbf{A}_3 + h_1\mathbf{C}_2 \end{aligned} \quad (2.8)$$

を満たす実数である。

隣り合う Bézier 曲面同士を滑らかに接続するためには、 u 方向と v 方向の両立性補正を同時に行う必要がある。一般的にこのことが形状を変形する上で大きな制約となった。一方、Gregory 曲面は u 方向と v 方向を独立に定義できる。隣り合う Gregory 曲面同士を滑らかに接続するためには、1つの方向だけを考えればよい。これは、複数の曲面を用いて空力の形状を生成するうえで大きな利点となる。また、単純な計算なので、Bézier 曲面などと比べて、両立性補正にかかる計算コストを非常に少なくすることができる。

2.3 制御点位置の決定

本研究では Gregory 曲面を 9 枚用いる。9 枚の Gregory 曲面を $G_w (w = 1, \dots, 9)$ とし、それぞれ 9 つに分割した空力の左下面に G_1 、下面に G_2 、右下面に G_3 、左面に G_4 、正面に G_5 、右面に G_6 、左上面に G_7 、上面に G_8 、右上面に G_9 が対応している。図 2.6 にその様子を示す。

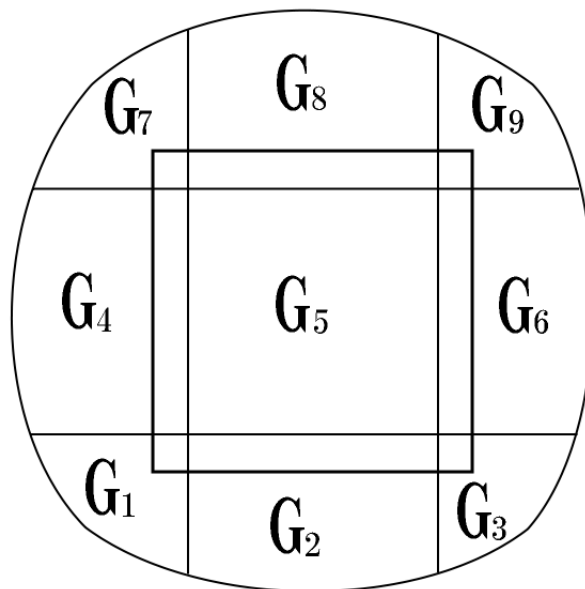


図 2.6: 9 枚の曲面と空力の対応

また、曲面 G_w の制御点を P_{ijk}^w とし、各曲面の P_{ijk} と対応するものとする。

各曲面が対応した空力の各部分の形状を生成することで空力を表現することができる。2.1 節で述べた分割した空力の 2 つの特徴を表現するために曲面 G_w を以下の順番で形状変形を行う。

1. 曲面 G_5 を速度に応じて帆を張るように形状変形を行う
2. 曲面 G_2, G_4, G_6, G_8 を曲面 G_5 から各方向に G^1 連続の延長になるように形状変形を行う
3. 曲面 G_1, G_3, G_7, G_9 を曲面 G_2, G_4, G_6, G_8 から各方向に G^1 連続の延長になるように形状変形を行う

G^1 連続とは共通の境界曲線をもつ 2 つの曲面 S^1, S^2 の境界曲線上を横切る微分ベクトル S_u, S_v が境界曲線上の全ての点で式 (2.9) を満たしている場合である。

$$S_u^2(0, v) = k(v)S_u^1(1, v) + h(v)S_v^1(1, v) \quad (2.9)$$

ただし、 $k(v), h(v)$ はスカラー関数である。図 2.7 にその様子を示す。

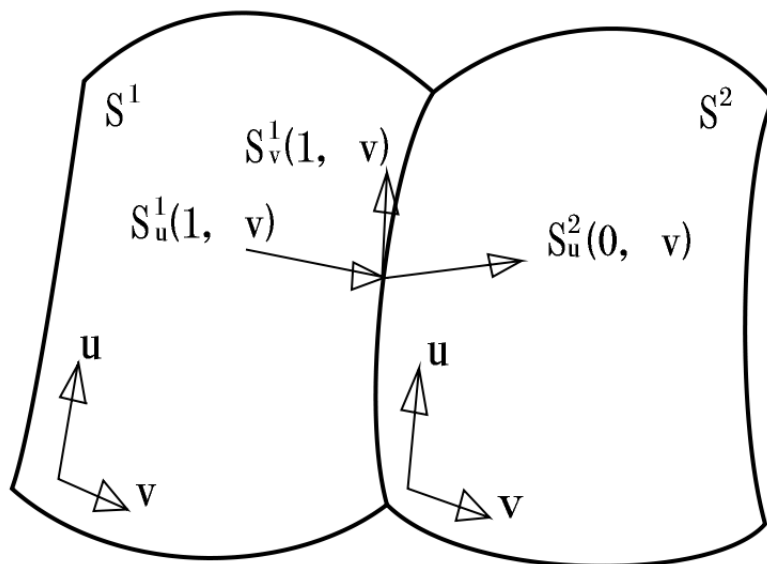


図 2.7: G^1 連続

これにより、曲面 G_5 が物体の速度が上がるにつれ帆を張るように変化し、曲面 G_2, G_4, G_6, G_8 が曲面 G_5 変化に応じて物体を包み込むように形状変形を行う。そして、曲面 G_1, G_3, G_7, G_9 が曲面 G_2, G_4, G_6, G_8 の変化に応じて体を包み込むように形状変形する。この順番で各曲面の形状を行うことで9枚の Gregory 曲面による速度に応じた空力形状を生成することができる。

以下、個々の処理について説明する。

2.3.1 曲面 G_5 の制御点の位置の決定

曲面 G_5 は空力の正面部分を表現する曲面である。空力の正面部分は速度が速くなるにつれ空力が帆を張るように変化していく部分である。そこで移動する物体を O とし、現在の速度 S 、最高速度 F 、変化度 E を定義する。現在の速度 S は物体 O の移動速度で、最高速度 F には最も空力の形状が帆を張るように変化する速度を設定する。変化度 E は式 (2.10) より求める。

$$E = \frac{S}{F} \quad (2.10)$$

変化度 E は現在の速度 S と最高速度 F の割合で、現在の速度 S が最高速度 F に近づくと変化度 E は1に近づいていく。ただし、現在の速度 $S \geq 0$ とする。

また空力の正面部分の特徴を表現するために変化角 L を定義する。変化角 L は変化度 E をもとに空力の形状を変化する値である。変化角 L は式 (2.11) より求める。変化角 L の値は度数法である。

$$L = 90E \quad (2.11)$$

これらの値をもとに制御点の位置を決定していく。その様子を図 2.8 に示す。

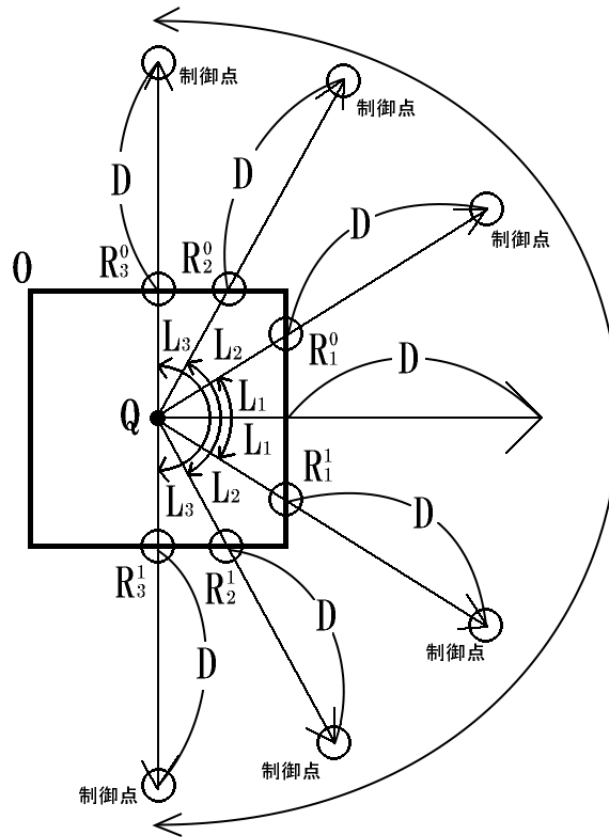


図 2.8: 距離 D と変化角 L

位置ベクトル Q は物体 O の中心位置ベクトルである。 L_1 は物体 O の速度が遅く、 E の値が小さい場合の変化角 L である。 L_2, L_3 は物体 O の速度が速くなり、 E の値が大きい場合の変化角 L を表す。 R_b^a は変化角 L_b の時の物体 O の表面位置ベクトルである。 R_b^a から制御点を変化角 L_b 上に距離 D となるように配置している。 これにより物体 O が最高速度に近づくとつれ、制御点は物体に垂直になるように物体の表面に沿って配置する。 このように曲面 G_5 の制御点を配置していくことにより物体の形状と速度に応じた空力の正面部分の特徴を表現することができる。 また、距離 D の値が大きくなるほど空力は大きくなる。

以下、各制御点の決定方法を述べる。

まず曲面 G_5 の境界曲線を決める制御点 $P_{000}^5, P_{010}^5, P_{020}^5, P_{030}^5, P_{100}^5, P_{130}^5$ 、

P_{200}^5 、 P_{230}^5 、 P_{300}^5 、 P_{310}^5 、 P_{320}^5 、 P_{330}^5 の位置を決定する。各制御点の位置は距離 D と変化角 L を元に決定する。図 2.9 にその様子を示す。

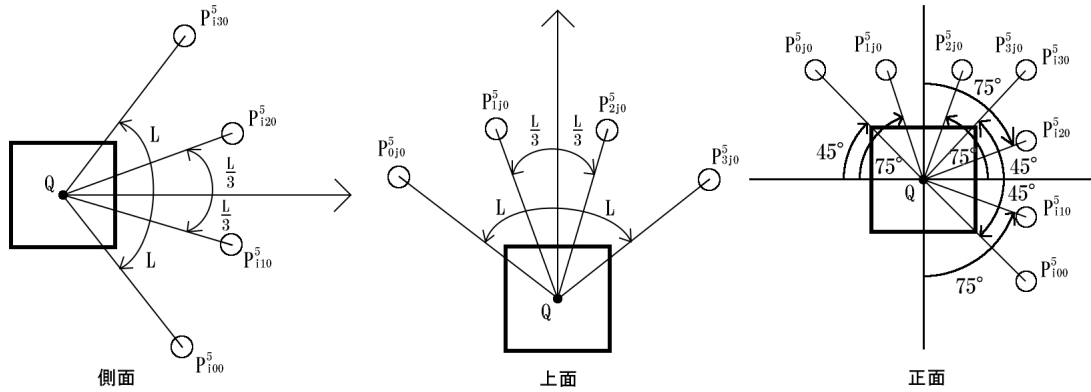


図 2.9: 制御点 P_{000}^5 、 P_{010}^5 、 P_{020}^5 、 P_{030}^5 、 P_{100}^5 、 P_{130}^5 、 P_{200}^5 、 P_{230}^5 、 P_{300}^5 、 P_{310}^5 、 P_{320}^5 、 P_{330}^5 の位置

このように配置することで速度が速くなるにつれ変化角 L が大きくなり、空力の正面部分が帆を張るように変化していくことを表現できる。図 2.10 にその様子を示す。

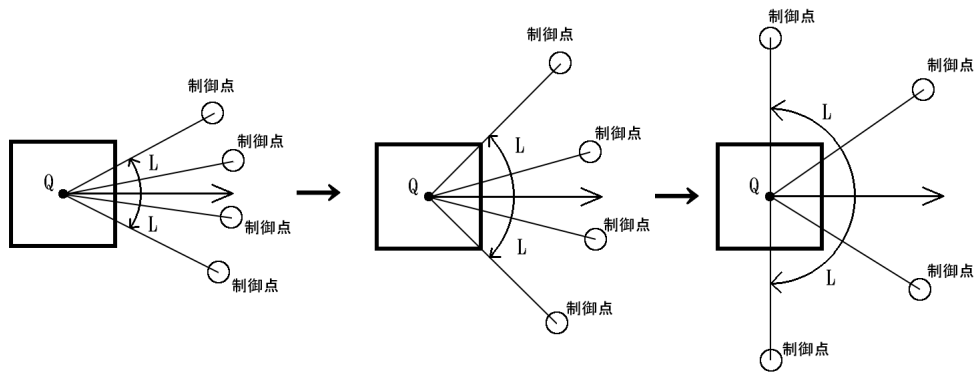


図 2.10: 空力の正面部分の変化

まず、 P_{000}^5 、 P_{030}^5 、 P_{300}^5 、 P_{330}^5 の制御点の位置を式 (2.12) で決定する。位置ベクトル R_{ij} は位置ベクトル Q と角 H_{ij} 、 K_{ij} からの物体 O の表面位置ベクトルであ

る。方向ベクトル \mathbf{T} は物体 O の運動方向である。本研究における実装ではこの方向ベクトル \mathbf{T} は常に物体の座標における前方 $(0, 0, 1)$ のみを指すものとする。図 2.11 にその様子を示す。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{P}_{ij0}^5 &= (x_{ij}^0, y_{ij}^0, z_{ij}^0), \\
 \mathbf{R}_{ij} &= (x_{ij}^1, y_{ij}^1, z_{ij}^1), \\
 x_{ij}^0 &= D \sin K_{ij} \cos 45^\circ + x_{ij}^1, \\
 y_{ij}^0 &= D \sin H_{ij} \cos 45^\circ + y_{ij}^1, \\
 z_{ij}^0 &= D \cos H_{ij} + z_{ij}^1
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

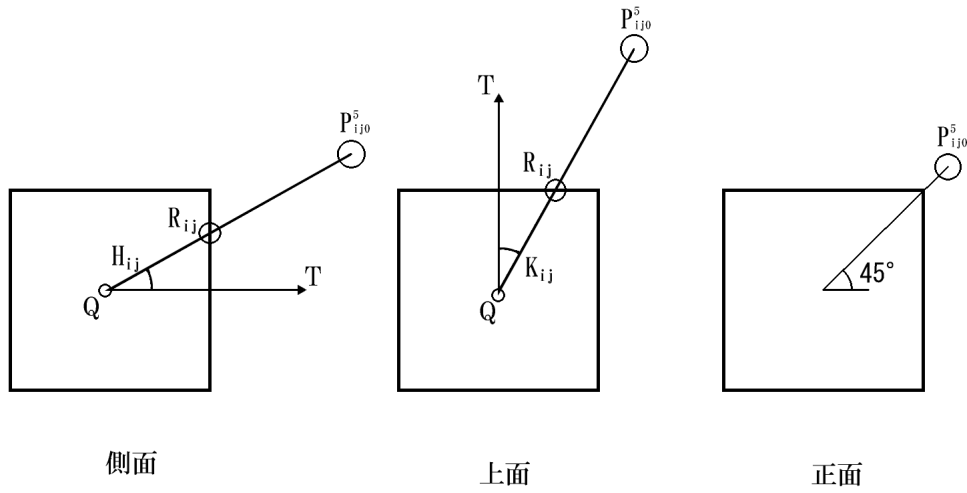


図 2.11: \mathbf{P}_{000}^5 、 \mathbf{P}_{030}^5 、 \mathbf{P}_{300}^5 、 \mathbf{P}_{330}^5 の制御点の位置の決定

角 H_{ij} 、 K_{ij} は式 (2.13) より求める。

$$\begin{aligned}
 H_{i0} &= -L, \\
 H_{i3} &= L, \\
 K_{0j} &= -L, \\
 K_{3j} &= L
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

次に \mathbf{P}_{100}^5 、 \mathbf{P}_{130}^5 、 \mathbf{P}_{200}^5 、 \mathbf{P}_{230}^5 の制御点の x 成分を式 (2.14) で決定する。

$$x_{ij}^0 = D \sin K_{ij} \cos 75^\circ + x_{ij}^1 \quad (2.14)$$

y 成分、 z 成分は式 (2.12) の各式より求める。ただし、角 H_{ij} は式 (2.15) より求める。

$$\begin{aligned} H_{1j} &= -\frac{L}{3}, \\ H_{2j} &= \frac{L}{3} \end{aligned} \quad (2.15)$$

\mathbf{P}_{010}^5 、 \mathbf{P}_{020}^5 、 \mathbf{P}_{310}^5 、 \mathbf{P}_{320}^5 の制御点の y 成分を式 (2.16) で決定する。

$$y_{ij}^0 = D \sin H_{ij} \cos 75^\circ + y_{ij}^1 \quad (2.16)$$

x 成分、 z 成分は式 (2.12) の各式より求める。ただし、角 K_{ij} は式 (2.17) より求める。

$$\begin{aligned} K_{i1} &= -\frac{L}{3}, \\ K_{i2} &= \frac{L}{3} \end{aligned} \quad (2.17)$$

制御点 \mathbf{P}_{110}^5 、 \mathbf{P}_{111}^5 、 \mathbf{P}_{120}^5 、 \mathbf{P}_{121}^5 、 \mathbf{P}_{210}^5 、 \mathbf{P}_{211}^5 、 \mathbf{P}_{220}^5 、 \mathbf{P}_{221}^5 は式 (2.6) を満たすように式 (2.18) で決定する。

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{110}^w &= \mathbf{P}_{100}^w + \frac{2(\mathbf{P}_{010}^w - \mathbf{P}_{000}^w) + (\mathbf{P}_{310}^w - \mathbf{P}_{300}^w)}{3}, \\ \mathbf{P}_{111}^w &= \mathbf{P}_{010}^w + \frac{2(\mathbf{P}_{100}^w - \mathbf{P}_{000}^w) + (\mathbf{P}_{130}^w - \mathbf{P}_{030}^w)}{3}, \\ \mathbf{P}_{120}^w &= \mathbf{P}_{130}^w + \frac{2(\mathbf{P}_{020}^w - \mathbf{P}_{030}^w) + (\mathbf{P}_{320}^w - \mathbf{P}_{330}^w)}{3}, \\ \mathbf{P}_{121}^w &= \mathbf{P}_{020}^w + \frac{(\mathbf{P}_{100}^w - \mathbf{P}_{000}^w) + 2(\mathbf{P}_{130}^w - \mathbf{P}_{030}^w)}{3}, \\ \mathbf{P}_{210}^w &= \mathbf{P}_{200}^w + \frac{(\mathbf{P}_{010}^w - \mathbf{P}_{000}^w) + 2(\mathbf{P}_{310}^w - \mathbf{P}_{300}^w)}{3}, \\ \mathbf{P}_{211}^w &= \mathbf{P}_{310}^w + \frac{2(\mathbf{P}_{200}^w - \mathbf{P}_{300}^w) + (\mathbf{P}_{230}^w - \mathbf{P}_{330}^w)}{3}, \\ \mathbf{P}_{220}^w &= \mathbf{P}_{230}^w + \frac{(\mathbf{P}_{020}^w - \mathbf{P}_{030}^w) + 2(\mathbf{P}_{320}^w - \mathbf{P}_{330}^w)}{3}, \\ \mathbf{P}_{221}^w &= \mathbf{P}_{320}^w + \frac{(\mathbf{P}_{200}^w - \mathbf{P}_{300}^w) + 2(\mathbf{P}_{230}^w - \mathbf{P}_{330}^w)}{3} \end{aligned} \quad (2.18)$$

これによってそれぞれの制御点を適切な位置に配置することができる。

以上の手続きにより曲面 G_5 の制御点の位置を決定できる。

2.3.2 曲面 G_2 、 G_4 、 G_6 、 G_8 の制御点の位置の決定

曲面 G_2 、 G_4 、 G_6 、 G_8 はそれぞれ空力の下面、左面、右面、上面を表現する曲面である。空力の下面、左面、右面、上面部分は空力の正面部分の変化に合わせて物体を包み込む部分である。

本研究ではこの特徴を表現するために曲面 G_5 から各方向に G^1 連続になるように延長を行った。そこで延長率 V を定義する。延長率 V は曲面 G_5 を各方向に延長する量を決める値である。延長率 V の値が大きいほど各方向に長く延長する。延長率 V は $V > 0$ とし、本研究では V を 0.25 程度とした時に物体を包み込む状況となった。この値をもとに曲面 G_5 の制御点から各曲面の制御点を延長配置する。延長配置する各制御点は曲面 G_5 の状態によって変化する。図 2.12 にその様子を示す。

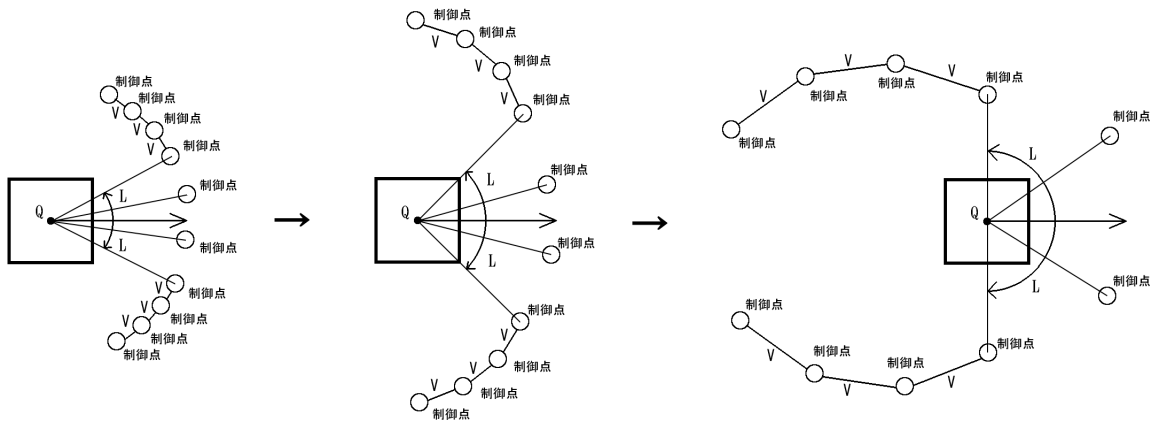


図 2.12: 延長配置される各制御点の変化

これにより空力の正面部分の変化に合わせて物体を包み込む特徴を表現できる。

以下、各制御点の決定方法を述べる。

まず曲面 G_2 、 G_4 、 G_6 、 G_8 を曲面 G_5 と接続を行い、それぞれを滑らかに繋げる。曲面 G_2 の P_{030}^2 、 P_{130}^2 、 P_{230}^2 、 P_{330}^2 、曲面 G_4 の P_{300}^4 、 P_{310}^4 、 P_{320}^4 、 P_{330}^4 、曲面 G_6 の P_{000}^6 、 P_{010}^6 、 P_{020}^6 、 P_{030}^6 、曲面 G_8 の P_{000}^8 、 P_{100}^8 、 P_{200}^8 、 P_{300}^8 は曲面 G_5 の制御点と以下の関係にある。その様子を図 2.13 にその様子を示す。

$$\begin{aligned}
 P_{i30}^2 &= P_{i00}^5, \\
 P_{3j0}^4 &= P_{0j0}^5, \\
 P_{0j0}^6 &= P_{3j0}^5, \\
 P_{i00}^8 &= P_{i30}^5
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

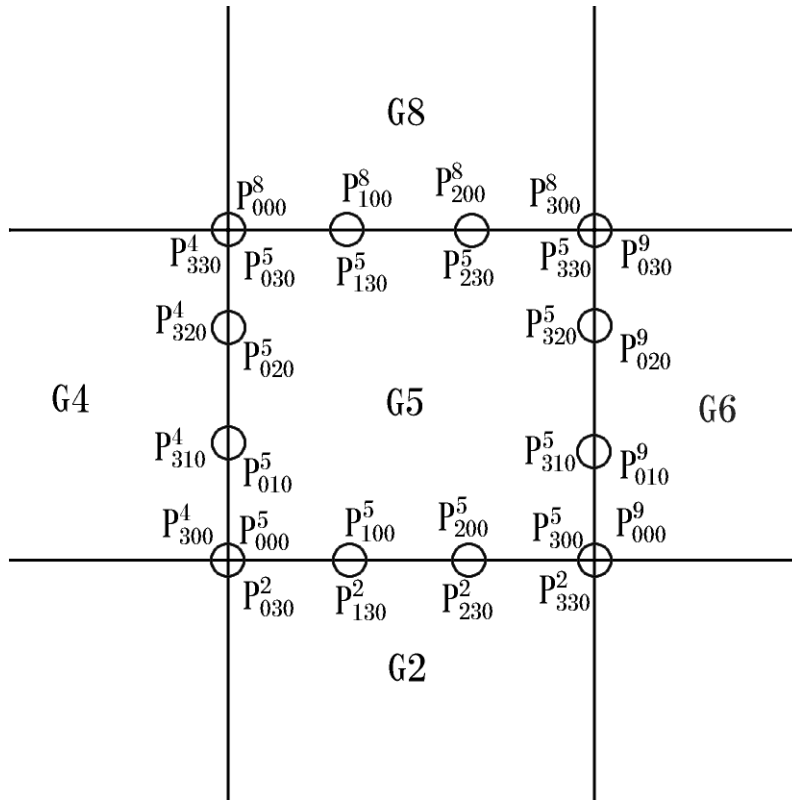


図 2.13: 曲面 G_5 と曲面 G_2 、 G_4 、 G_6 、 G_8 の共有する点

次に式 (2.7)、(2.8) を満たすように曲面 G_2 の P_{020}^2 、 P_{120}^2 、 P_{220}^2 、 P_{320}^2 、曲面 G_4 の P_{200}^4 、 P_{210}^4 、 P_{220}^4 、 P_{230}^4 、曲面 G_6 の P_{100}^6 、 P_{110}^6 、 P_{120}^6 、 P_{130}^6 、曲面 G_8 の P_{010}^8 、

\mathbf{P}_{110}^8 、 \mathbf{P}_{210}^8 、 \mathbf{P}_{310}^8 の各制御点の位置を決定する。ただし、本研究では k_0, h_0, k_1, h_1 は式 (2.20) とする。

$$\begin{aligned}k_0 &= V, \\k_1 &= k_0, \\h_i &= 0\end{aligned}\tag{2.20}$$

式 (2.20) により式 (2.7) は以下の式 (2.21) となる。

$$\begin{aligned}\mathbf{B}_0 &= V\mathbf{A}_0, \\ \mathbf{B}_1 &= V\mathbf{A}_1, \\ \mathbf{B}_2 &= V\mathbf{A}_2, \\ \mathbf{B}_3 &= V\mathbf{A}_3\end{aligned}\tag{2.21}$$

各制御点は以下の式 (2.22) によって決定できる。

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}_{020}^2 &= \mathbf{P}_{000}^5 + V(\mathbf{P}_{000}^5 - \mathbf{P}_{010}^5), \\
\mathbf{P}_{120}^2 &= \mathbf{P}_{100}^5 + V \frac{2(\mathbf{P}_{000}^5 - \mathbf{P}_{010}^5) + (\mathbf{P}_{300}^5 - \mathbf{P}_{310}^5)}{3}, \\
\mathbf{P}_{220}^2 &= \mathbf{P}_{200}^5 + V \frac{(\mathbf{P}_{000}^5 - \mathbf{P}_{010}^5) + 2(\mathbf{P}_{300}^5 - \mathbf{P}_{310}^5)}{3}, \\
\mathbf{P}_{320}^2 &= \mathbf{P}_{300}^5 + V(\mathbf{P}_{300}^5 - \mathbf{P}_{310}^5), \\
\mathbf{P}_{200}^4 &= \mathbf{P}_{000}^5 + V(\mathbf{P}_{000}^5 - \mathbf{P}_{100}^5), \\
\mathbf{P}_{211}^4 &= \mathbf{P}_{010}^5 + V \frac{2(\mathbf{P}_{000}^5 - \mathbf{P}_{100}^5) + (\mathbf{P}_{030}^5 - \mathbf{P}_{130}^5)}{3}, \\
\mathbf{P}_{221}^4 &= \mathbf{P}_{020}^5 + V \frac{(\mathbf{P}_{000}^5 - \mathbf{P}_{100}^5) + 2(\mathbf{P}_{030}^5 - \mathbf{P}_{130}^5)}{3}, \\
\mathbf{P}_{230}^4 &= \mathbf{P}_{030}^5 + V(\mathbf{P}_{030}^5 - \mathbf{P}_{130}^5), \\
\mathbf{P}_{100}^6 &= \mathbf{P}_{300}^5 + V(\mathbf{P}_{300}^5 - \mathbf{P}_{200}^5), \\
\mathbf{P}_{111}^6 &= \mathbf{P}_{310}^5 + V \frac{2(\mathbf{P}_{300}^5 - \mathbf{P}_{200}^5) + (\mathbf{P}_{330}^5 - \mathbf{P}_{230}^5)}{3}, \\
\mathbf{P}_{121}^6 &= \mathbf{P}_{320}^5 + V \frac{(\mathbf{P}_{300}^5 - \mathbf{P}_{200}^5) + 2(\mathbf{P}_{330}^5 - \mathbf{P}_{230}^5)}{3}, \\
\mathbf{P}_{130}^6 &= \mathbf{P}_{330}^5 + V(\mathbf{P}_{330}^5 - \mathbf{P}_{230}^5), \\
\mathbf{P}_{010}^8 &= \mathbf{P}_{030}^5 + V(\mathbf{P}_{030}^5 - \mathbf{P}_{020}^5), \\
\mathbf{P}_{110}^8 &= \mathbf{P}_{130}^5 + V \frac{2(\mathbf{P}_{030}^5 - \mathbf{P}_{020}^5) + (\mathbf{P}_{330}^5 - \mathbf{P}_{320}^5)}{3}, \\
\mathbf{P}_{210}^8 &= \mathbf{P}_{230}^5 + V \frac{(\mathbf{P}_{030}^5 - \mathbf{P}_{020}^5) + 2(\mathbf{P}_{330}^5 - \mathbf{P}_{320}^5)}{3}, \\
\mathbf{P}_{310}^8 &= \mathbf{P}_{330}^5 + V(\mathbf{P}_{330}^5 - \mathbf{P}_{320}^5)
\end{aligned} \tag{2.22}$$

次に曲面 \mathbf{G}_2 の \mathbf{P}_{000}^2 、 \mathbf{P}_{010}^2 、 \mathbf{P}_{100}^2 、 \mathbf{P}_{110}^2 、 \mathbf{P}_{200}^2 、 \mathbf{P}_{210}^2 、 \mathbf{P}_{300}^2 、 \mathbf{P}_{310}^2 、曲面 \mathbf{G}_4 の \mathbf{P}_{000}^4 、 \mathbf{P}_{010}^4 、 \mathbf{P}_{020}^4 、 \mathbf{P}_{030}^4 、 \mathbf{P}_{100}^4 、 \mathbf{P}_{111}^4 、 \mathbf{P}_{121}^4 、 \mathbf{P}_{130}^4 、曲面 \mathbf{G}_6 の \mathbf{P}_{200}^6 、 \mathbf{P}_{211}^6 、 \mathbf{P}_{221}^6 、 \mathbf{P}_{230}^6 、 \mathbf{P}_{300}^6 、 \mathbf{P}_{310}^6 、 \mathbf{P}_{320}^6 、 \mathbf{P}_{330}^6 、曲面 \mathbf{G}_8 の \mathbf{P}_{020}^8 、 \mathbf{P}_{030}^8 、 \mathbf{P}_{120}^8 、 \mathbf{P}_{130}^8 、 \mathbf{P}_{220}^8 、 \mathbf{P}_{230}^8 、 \mathbf{P}_{320}^8 、 \mathbf{P}_{330}^8 は曲面 \mathbf{G}_5 からそれぞれの方向に G^1 連続性を保つように延長を行うことで曲面 \mathbf{G}_5 の変化に合わせて空力が物体を包み込む部分を表現することができ

る。各制御点位置は式 (2.23) で求める。図 2.14 にその様子を示す。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{P}_1^0 &= k_0(\mathbf{P}_0^1 - \mathbf{P}_0^0) + \mathbf{P}_0^1, \\
 \mathbf{P}_1^1 &= k_0(\mathbf{P}_0^2 - \mathbf{P}_0^1) + \mathbf{P}_0^2, \\
 \mathbf{P}_2^0 &= k_0(\mathbf{P}_1^1 - \mathbf{P}_1^0) + \mathbf{P}_1^1, \\
 \mathbf{P}_2^1 &= k_0(\mathbf{P}_1^2 - \mathbf{P}_1^1) + \mathbf{P}_1^2, \\
 \mathbf{P}_3^0 &= k_0(\mathbf{P}_2^1 - \mathbf{P}_2^0) + \mathbf{P}_2^1
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

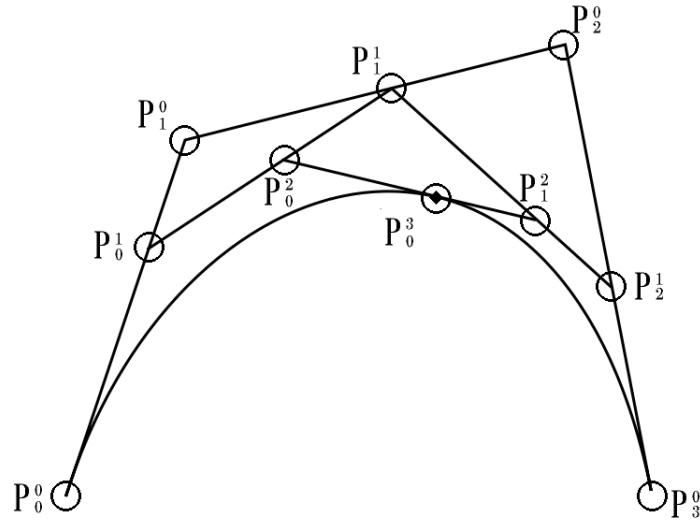


図 2.14: 曲面 G_5 からの延長

また式 (2.23) には以下の関係が当てはまる。図 2.15 は式 (2.23) を曲面 G_6 の \mathbf{P}_{030} 、 \mathbf{P}_{130} 、 \mathbf{P}_{230} 、 \mathbf{P}_{330} に当てはめた場合の様子である。

- $\mathbf{P}_0^0(t), \mathbf{P}_0^1(t), \mathbf{P}_0^2(t), \mathbf{P}_0^3(t)$ は曲面 G_5 の各制御点に当てはまる
- $\mathbf{P}_3^0(t), \mathbf{P}_2^1(t), \mathbf{P}_1^2(t), \mathbf{P}_0^3(t)$ は曲面 G_2 、 G_4 、 G_6 、 G_8 の各制御点に当てはまる。

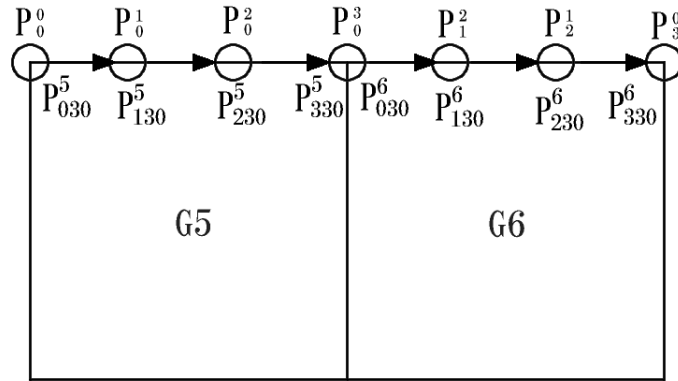


図 2.15: 曲面 G_6 の P_{030}^6 、 P_{130}^6 、 P_{230}^6 、 P_{330}^6 の場合

曲面 G_2 の P_{111}^2 、 P_{121}^2 、 P_{211}^2 、 P_{221}^2 、曲面 G_4 の P_{110}^4 、 P_{120}^4 、 P_{210}^4 、 P_{220}^4 、曲面 G_6 の P_{110}^6 、 P_{120}^6 、 P_{210}^6 、 P_{220}^6 、曲面 G_8 の P_{111}^8 、 P_{121}^8 、 P_{211}^8 、 P_{221}^8 の各制御点は式 (2.18) で決定する。これによってそれぞれの制御点を適切な位置に配置することができる。

以上の手続きにより曲面 G_2 、 G_4 、 G_6 、 G_8 の制御点の位置を決定できる。

2.3.3 曲面 G_1 、 G_3 、 G_7 、 G_9 の制御点の位置の決定

曲面 G_1 、 G_3 、 G_7 、 G_9 はそれぞれ空力の左下面、右下面、左上面、右上面を表現する曲面である。空力の左下面、右下面、左上面、右上面は空力の正面部分の変化に合わせて物体を包み込む部分である。

そこで曲面 G_2 、 G_4 、 G_6 、 G_8 の形状をもとに各曲面の形状を決定することで空力の正面部分の変化に合わせて物体を包み込む特徴を表現できる。以下、各制御点の決定方法を述べる。

曲面 G_2 と曲面 G_1 、 G_3 、曲面 G_4 と曲面 G_1 、 G_7 、曲面 G_6 と曲面 G_3 、 G_7 、曲面 G_8 と曲面 G_7 、 G_9 と接続を行い、それぞれを滑らかに繋げる。曲面 G_1 の P_{030}^1 、 P_{130}^1 、 P_{230}^1 、 P_{300}^1 、 P_{310}^1 、 P_{320}^1 、 P_{330}^1 、曲面 G_3 の P_{000}^3 、 P_{010}^3 、 P_{020}^3 、 P_{030}^3 、 P_{130}^3 、

P_{230}^3 、 P_{330}^3 、曲面 G_7 の P_{000}^7 、 P_{100}^7 、 P_{200}^7 、 P_{300}^7 、 P_{310}^7 、 P_{320}^7 、 P_{330}^7 、曲面 G_9 の P_{000}^9 、 P_{010}^9 、 P_{020}^9 、 P_{030}^9 、 P_{100}^9 、 P_{200}^9 、 P_{300}^9 と曲面 G_2 、 G_4 、 G_6 、 G_8 の各制御点と以下の関係にある。その様子を図 2.16 に示す。

$$\begin{aligned}
 P_{i30}^1 &= P_{i00}^4, \\
 P_{3i0}^1 &= P_{0i0}^2, \\
 P_{0i0}^3 &= P_{3i0}^2, \\
 P_{i30}^3 &= P_{i00}^6, \\
 P_{i00}^7 &= P_{i30}^4, \\
 P_{3i0}^7 &= P_{0i0}^8, \\
 P_{i00}^9 &= P_{i30}^6, \\
 P_{0i0}^9 &= P_{3i0}^8
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

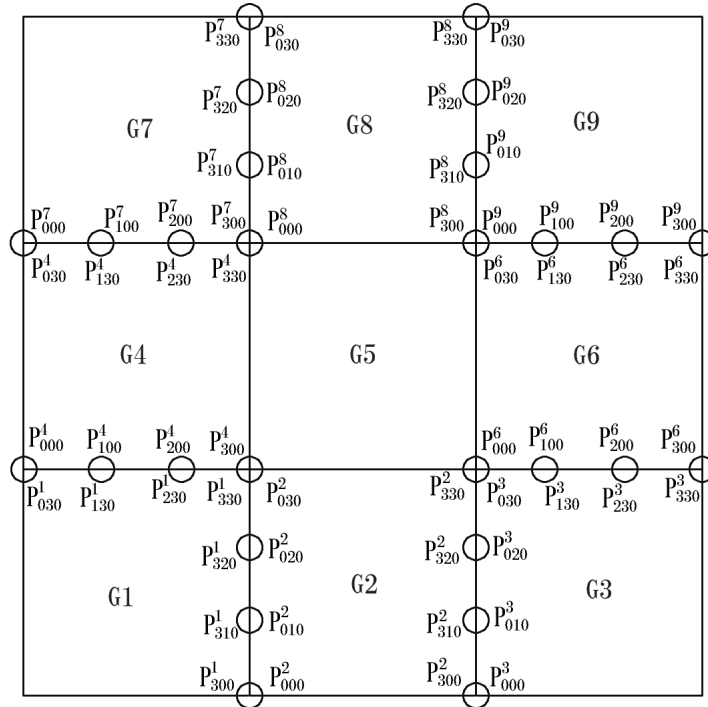


図 2.16: 曲面 G_2 、 G_4 、 G_6 、 G_8 と曲面 G_1 、 G_3 、 G_7 、 G_9 の共有する点

次に曲面 G_1 の P_{020}^1 、 P_{120}^1 、 P_{200}^1 、 P_{211}^1 、 P_{220}^1 、 P_{221}^1 、曲面 G_3 の P_{100}^3 、 P_{111}^3 、 P_{121}^3 、 P_{120}^3 、 P_{220}^3 、 P_{320}^3 、曲面 G_7 の P_{010}^7 、 P_{110}^7 、 P_{120}^7 、 P_{211}^7 、 P_{221}^7 、 P_{230}^7 、曲面 G_9 の P_{110}^9 、 P_{111}^9 、 P_{121}^9 、 P_{130}^9 、 P_{210}^9 、 P_{310}^9 を式 (2.21) を満たすように以下の式 (2.25)、(2.26)、(2.27)、(2.28) より求める。

$$\begin{aligned}
P_{020}^1 &= P_{000}^4 + V(P_{000}^4 - P_{010}^4), \\
P_{120}^1 &= P_{100}^4 + V \frac{2(P_{000}^4 - P_{010}^4) + (P_{300}^4 - P_{310}^4)}{3}, \\
P_{200}^1 &= P_{000}^2 + V(P_{000}^2 - P_{100}^2), \\
P_{211}^1 &= P_{010}^2 + V \frac{2(P_{000}^2 - P_{100}^2) + (P_{030}^2 - P_{130}^2)}{3}, \\
P_{220}^1 &= P_{200}^4 + V \frac{(P_{000}^4 - P_{010}^4) + 2(P_{300}^4 - P_{310}^4)}{3}, \\
P_{221}^1 &= P_{020}^2 + V \frac{(P_{000}^2 - P_{100}^2) + 2(P_{030}^2 - P_{130}^2)}{3} \tag{2.25}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{100}^3 &= P_{300}^2 + V(P_{300}^2 - P_{200}^2), \\
P_{111}^3 &= P_{310}^2 + V \frac{2(P_{300}^2 - P_{200}^2) + (P_{330}^5 - P_{230}^2)}{3}, \\
P_{120}^3 &= P_{100}^6 + V \frac{2(P_{000}^6 - P_{010}^6) + (P_{300}^6 - P_{310}^6)}{3}, \\
P_{121}^3 &= P_{320}^2 + V \frac{(P_{300}^2 - P_{200}^2) + 2(P_{330}^5 - P_{230}^2)}{3}, \\
P_{220}^3 &= P_{200}^6 + V \frac{(P_{000}^6 - P_{010}^6) + 2(P_{300}^6 - P_{310}^6)}{3}, \\
P_{320}^3 &= P_{300}^6 + V(P_{300}^6 - P_{310}^6) \tag{2.26}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{010}^7 &= P_{030}^4 + V(P_{030}^4 - P_{020}^4), \\
P_{110}^7 &= P_{130}^4 + V \frac{2(P_{030}^4 - P_{020}^4) + (P_{330}^4 - P_{320}^4)}{3}, \\
P_{210}^7 &= P_{230}^4 + V \frac{(P_{030}^4 - P_{020}^4) + 2(P_{330}^4 - P_{320}^4)}{3}, \\
P_{211}^7 &= P_{010}^8 + V \frac{2(P_{000}^8 - P_{100}^8) + (P_{030}^8 - P_{130}^8)}{3}, \\
P_{221}^7 &= P_{020}^8 + V \frac{(P_{000}^8 - P_{100}^8) + 2(P_{030}^8 - P_{130}^8)}{3}, \\
P_{230}^7 &= P_{030}^8 + V(P_{030}^8 - P_{130}^8) \tag{2.27}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}_{110}^9 &= \mathbf{P}_{130}^6 + V \frac{2(\mathbf{P}_{030}^6 - \mathbf{P}_{020}^6) + (\mathbf{P}_{330}^6 - \mathbf{P}_{320}^6)}{3}, \\
\mathbf{P}_{111}^9 &= \mathbf{P}_{310}^8 + V \frac{2(\mathbf{P}_{300}^8 - \mathbf{P}_{200}^8) + (\mathbf{P}_{330}^8 - \mathbf{P}_{230}^8)}{3}, \\
\mathbf{P}_{121}^9 &= \mathbf{P}_{320}^8 + V \frac{(\mathbf{P}_{300}^8 - \mathbf{P}_{200}^8) + 2(\mathbf{P}_{330}^8 - \mathbf{P}_{230}^8)}{3}, \\
\mathbf{P}_{130}^9 &= \mathbf{P}_{330}^8 + V(\mathbf{P}_{330}^8 - \mathbf{P}_{230}^8), \\
\mathbf{P}_{210}^9 &= \mathbf{P}_{230}^6 + V \frac{(\mathbf{P}_{030}^6 - \mathbf{P}_{020}^6) + 2(\mathbf{P}_{330}^6 - \mathbf{P}_{320}^6)}{3}, \\
\mathbf{P}_{310}^9 &= \mathbf{P}_{330}^6 + V(\mathbf{P}_{330}^6 - \mathbf{P}_{320}^6)
\end{aligned} \tag{2.28}$$

曲面 \mathbf{G}_1 の \mathbf{P}_{000}^1 、 \mathbf{P}_{010}^1 、 \mathbf{P}_{100}^1 、 \mathbf{P}_{110}^1 、 \mathbf{P}_{111}^1 、 \mathbf{P}_{121}^1 、 \mathbf{P}_{210}^1 、曲面 \mathbf{G}_3 の \mathbf{P}_{110}^3 、 \mathbf{P}_{200}^3 、 \mathbf{P}_{210}^3 、 \mathbf{P}_{211}^3 、 \mathbf{P}_{221}^3 、 \mathbf{P}_{300}^3 、 \mathbf{P}_{310}^3 、曲面 \mathbf{G}_7 の \mathbf{P}_{020}^7 、 \mathbf{P}_{030}^7 、 \mathbf{P}_{111}^7 、 \mathbf{P}_{121}^7 、 \mathbf{P}_{120}^7 、 \mathbf{P}_{130}^7 、 \mathbf{P}_{220}^7 、曲面 \mathbf{G}_9 の \mathbf{P}_{120}^9 、 \mathbf{P}_{211}^9 、 \mathbf{P}_{220}^9 、 \mathbf{P}_{221}^9 、 \mathbf{P}_{230}^9 、 \mathbf{P}_{320}^9 、 \mathbf{P}_{330}^9 は曲面 \mathbf{G}_2 、 \mathbf{G}_4 、 \mathbf{G}_6 、 \mathbf{G}_8 からそれぞれの方向に G^1 連続性を保つように延長を行うことで曲面 \mathbf{G}_5 の変化に合わせて空力が物体を包み込む部分を表現することができる。各制御点の位置は式 (2.23) より求める。

以上の手続きにより曲面 \mathbf{G}_1 、 \mathbf{G}_3 、 \mathbf{G}_7 、 \mathbf{G}_9 の制御点の位置を決定できる。

2.4 曲面の分割数

制御点の位置を決定したら、ポリゴンメッシュの分割数を決定する。各曲面を同じ分割数で分割した場合、曲面間でポリゴンメッシュの各ポリゴンの大きさに差が出てしまう。その様子を図 2.17 に示す。

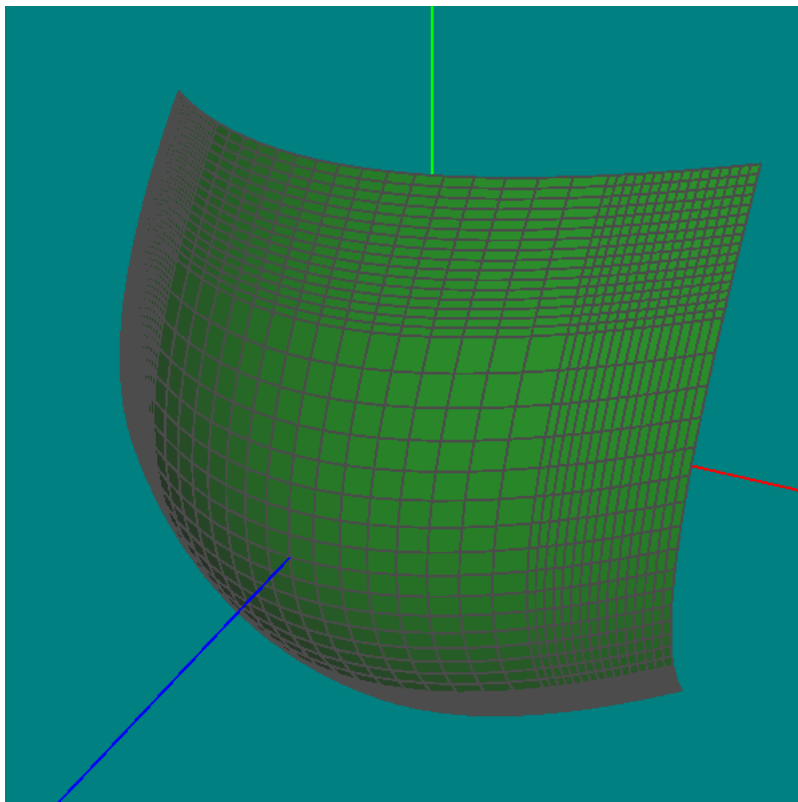


図 2.17: 同じ分割数を適用した場合のポリゴンの大きさ

本研究では各ポリゴンの大きさを統一することで高速化を図った。

曲面 G_w の分割数を $a_w \times b_w$ とし、曲面 G_5 が $a_5 \times b_5$ 分割するとき、各曲面の分割数は以下の関係になる。

- 曲面 G_2 、 G_8 のとき

$$a_w = a_5 \quad (2.29)$$

- 曲面 G_4 、 G_6 のとき

$$b_w = b_5 \quad (2.30)$$

- 曲面 G_1 、 G_2 、 G_3 、 G_7 、 G_8 、 G_9 のとき

$$b_w = \lfloor b_5 V \rfloor \quad (2.31)$$

- 曲面 G_1 、 G_3 、 G_4 、 G_6 、 G_7 、 G_9 のとき

$$a_w = \lfloor a_5 V \rfloor \quad (2.32)$$

ただし、 $\lfloor x \rfloor$ は床関数で x の値以下の最大の整数となる。

また u, v には以下の関係がある。

$$\begin{aligned} c_0 &= \left\lfloor \frac{a_5}{a_i} \right\rfloor \frac{a_i}{a_5}, \\ c_1 &= \left\lfloor \frac{b_5}{b_i} \right\rfloor \frac{b_i}{b_5} \end{aligned} \quad (2.33)$$

- 曲面 G_1 、 G_2 、 G_3 の v は、 $1 - c_1 \leq v \leq 1$ となり、この間を b_w 分割した $b_w + 1$ 個の値をとる。

$$v = 1 - c_1, \frac{c_1}{b_i} + 1 - c_1, \frac{2c_1}{b_i} + 1 - c_1, \dots, \frac{b_i - 2}{b_i} c_1 + 1 - c_1, \frac{b_i - 1}{b_i} c_1 + 1 - c_1, 1 \quad (2.34)$$

- 曲面 G_1 、 G_4 、 G_7 の u は、 $1 - c_0 \leq u \leq 1$ となり、この間を b_w 分割した $b_w + 1$ 個の値をとる。

$$u = 1 - c_0, \frac{c_0}{a_i} + 1 - c_0, \frac{2c_0}{a_i} + 1 - c_0, \dots, \frac{a_i - 2}{a_i} c_0 + 1 - c_0, \frac{a_i - 1}{a_i} c_0 + 1 - c_0, 1 \quad (2.35)$$

- 曲面 G_7 、 G_8 、 G_9 の v は、 $0 \leq v \leq c_1$ となり、この間を b_w 分割した $b_w + 1$ 個の値をとる。

$$v = 0, \frac{c_1}{b_i}, \frac{2c_1}{b_i}, \dots, \frac{b_i - 2}{b_i} c_1, \frac{b_i - 1}{b_i} c_1, c_1 \quad (2.36)$$

- 曲面 G_3 、 G_6 、 G_9 の u は、 $0 \leq u \leq c_0$ となり、この間を b_w 分割した $b_w + 1$ 個の値をとる。

$$u = 0, \frac{c_0}{a_i}, \frac{2c_0}{a_i}, \dots, \frac{a_i - 2}{a_i} c_0, \frac{a_i - 1}{a_i} c_0, c_0 \quad (2.37)$$

各分割数、 u, v の値を決定したら、式、(2.1) より各頂点を求める。その様子を
図 2.18 に示す。

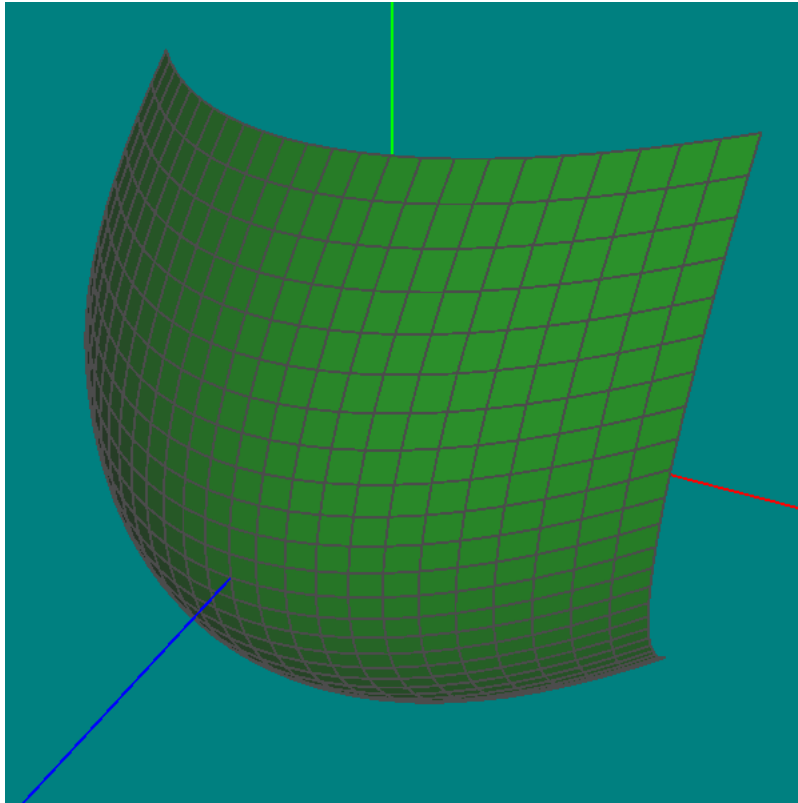


図 2.18: 新たに設定した分割数でのポリゴンの大きさ

以上の手続きにより高速化を実現した。

2.5 テクスチャマッピング

前節までの手順で生成したポリゴンの頂点にテクスチャマッピングを行う。図
2.19 は、どのテクスチャ座標がどの頂点座標と対応しているかの様子である。

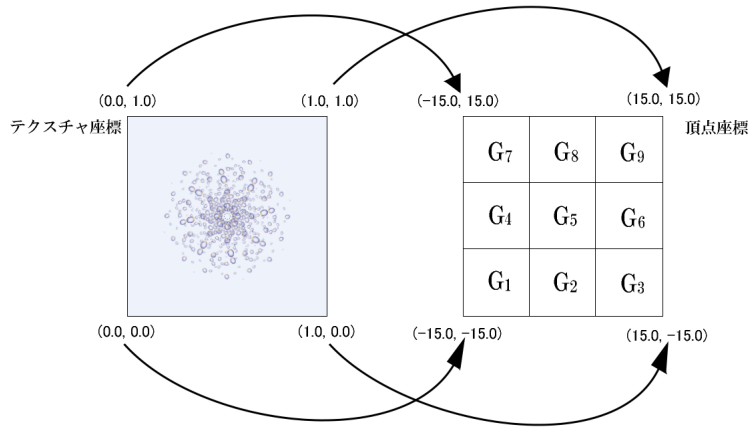


図 2.19: テクスチャマッピング

このときテクスチャ座標 $\mathbf{X}(u, v)$ と $\mathbf{G}_w(u, v)$ は以下の関係にある。

- $u \leq \frac{a_1}{a_1+a_2+a_3}$ かつ $v \leq \frac{b_1}{b_1+b_4+b_7}$ のとき

$$\mathbf{X}(u, v) = \mathbf{G}_1 \left(\begin{array}{l} u \left[\frac{a_5}{a_i} \right] \frac{a_i}{a_5} \frac{a_1+a_2+a_3}{a_1} + 1 - \left[\frac{a_5}{a_i} \right] \frac{a_i}{a_5} , \\ v \left[\frac{b_5}{b_i} \right] \frac{b_i}{b_5} \frac{b_1+b_2+b_3}{b_1} + 1 - \left[\frac{b_5}{b_i} \right] \frac{b_i}{b_5} \end{array} \right) \quad (2.38)$$

- $\frac{a_1}{a_1+a_2+a_3} \leq u \leq \frac{a_1+a_2}{a_1+a_2+a_3}$ かつ $v \leq \frac{b_1}{b_1+b_4+b_7}$ のとき

$$\mathbf{X}(u, v) = \mathbf{G}_2 \left(\begin{array}{l} \left(u - \frac{a_1}{a_1+a_2+a_3} \right) \frac{a_1+a_2+a_3}{a_2} , \\ v \left[\frac{b_5}{b_i} \right] \frac{b_i}{b_5} \frac{b_1+b_2+b_3}{b_1} + 1 - \left[\frac{b_5}{b_i} \right] \frac{b_i}{b_5} \end{array} \right) \quad (2.39)$$

- $\frac{a_1+a_2}{a_1+a_2+a_3} \leq u \leq 1$ かつ $v \leq \frac{b_1}{b_1+b_4+b_7}$ のとき

$$\mathbf{X}(u, v) = \mathbf{G}_3 \left(\begin{array}{l} \left(u - \frac{a_1+a_2}{a_1+a_2+a_3} \right) \frac{a_1+a_2+a_3}{a_3} \left(\left[\frac{a_5}{a_i} \right] \frac{a_i}{a_5} \right)^{-1} , \\ v \left[\frac{b_5}{b_i} \right] \frac{b_i}{b_5} \frac{b_1+b_2+b_3}{b_1} + 1 - \left[\frac{b_5}{b_i} \right] \frac{b_i}{b_5} \end{array} \right) \quad (2.40)$$

- $u \leq \frac{a_1}{a_1+a_2+a_3}$ かつ $\frac{b_1}{b_1+b_4+b_7} \leq v \leq \frac{b_1+b_4}{b_1+b_4+b_7}$ のとき

$$\mathbf{X}(u, v) = \mathbf{G}_4 \left(\begin{array}{c} u \left[\frac{a_5}{a_i} \right] \frac{a_i}{a_5} \frac{a_1+a_2+a_3}{a_1} + 1 - \left[\frac{a_5}{a_i} \right] \frac{a_i}{a_5} , \\ \left(v - \frac{b_1}{b_1+b_4+b_7} \right) \frac{b_1+b_4+b_7}{b_4} \end{array} \right) \quad (2.41)$$

- $\frac{a_1}{a_1+a_2+a_3} \leq u \leq \frac{a_1+a_2}{a_1+a_2+a_3}$ かつ $\frac{b_1}{b_1+b_4+b_7} \leq v \leq \frac{b_1+b_4}{b_1+b_4+b_7}$ のとき

$$\mathbf{X}(u, v) = \mathbf{G}_5 \left(\begin{array}{c} \left(u - \frac{a_1}{a_1+a_2+a_3} \right) \frac{a_1+a_2+a_3}{a_2} , \\ \left(v - \frac{b_1}{b_1+b_4+b_7} \right) \frac{b_1+b_4+b_7}{b_4} \end{array} \right) \quad (2.42)$$

- $\frac{a_1+a_2}{a_1+a_2+a_3} \leq u \leq 1$ かつ $\frac{b_1}{b_1+b_4+b_7} \leq v \leq \frac{b_1+b_4}{b_1+b_4+b_7}$ のとき

$$\mathbf{X}(u, v) = \mathbf{G}_6 \left(\begin{array}{c} \left(u - \frac{a_1+a_2}{a_1+a_2+a_3} \right) \frac{a_1+a_2+a_3}{a_3} \left(\left[\frac{a_5}{a_i} \right] \frac{a_i}{a_5} \right)^{-1} , \\ \left(v - \frac{b_1}{b_1+b_4+b_7} \right) \frac{b_1+b_4+b_7}{b_4} \end{array} \right) \quad (2.43)$$

- $u \leq \frac{a_1}{a_1+a_2+a_3}$ かつ $\frac{b_1+b_4}{b_1+b_4+b_7} \leq v \leq 1$ のとき

$$\mathbf{X}(u, v) = \mathbf{G}_7 \left(\begin{array}{c} u \left[\frac{a_5}{a_i} \right] \frac{a_i}{a_5} \frac{a_1+a_2+a_3}{a_1} + 1 - \left[\frac{a_5}{a_i} \right] \frac{a_i}{a_5} , \\ \left(v - \frac{b_1+b_4}{b_1+b_4+b_7} \right) \frac{b_1+b_4+b_7}{b_7} \left(\left[\frac{b_5}{b_i} \right] \frac{b_i}{b_5} \right)^{-1} \end{array} \right) \quad (2.44)$$

- $\frac{a_1}{a_1+a_2+a_3} \leq u \leq \frac{a_1+a_2}{a_1+a_2+a_3}$ かつ $\frac{b_1+b_4}{b_1+b_4+b_7} \leq v \leq 1$ のとき

$$\mathbf{X}(u, v) = \mathbf{G}_8 \left(\begin{array}{c} \left(u - \frac{a_1}{a_1+a_2+a_3} \right) \frac{a_1+a_2+a_3}{a_2} , \\ \left(v - \frac{b_1+b_4}{b_1+b_4+b_7} \right) \frac{b_1+b_4+b_7}{b_7} \left(\left[\frac{b_5}{b_i} \right] \frac{b_i}{b_5} \right)^{-1} \end{array} \right) \quad (2.45)$$

- $\frac{a_1+a_2}{a_1+a_2+a_3} \leq u \leq 1$ かつ $\frac{b_1+b_4}{b_1+b_4+b_7} \leq v \leq 1$ のとき

$$\mathbf{X}(u, v) = \mathbf{G}_9 \left(\begin{array}{c} \left(u - \frac{a_1+a_2}{a_1+a_2+a_3} \right) \frac{a_1+a_2+a_3}{a_3} \left(\left[\frac{a_5}{a_i} \right] \frac{a_i}{a_5} \right)^{-1} , \\ \left(v - \frac{b_1+b_4}{b_1+b_4+b_7} \right) \frac{b_1+b_4+b_7}{b_7} \left(\left[\frac{b_5}{b_i} \right] \frac{b_i}{b_5} \right)^{-1} \end{array} \right) \quad (2.46)$$

式 (2.38)、(2.39)、(2.40)、(2.41)、(2.42)、(2.43)、(2.44)、(2.45)、(2.46) より、テクスチャ座標 $\mathbf{X}(u, v)$ を分割した各曲面の頂点 $\mathbf{G}_w(u, v)$ に対応することによりテクスチャをマッピングすることができる。

テクスチャに用いる画像は図 2.20 のような連続した複数の画像を用いる。この複数の画像を切り替えていくテクスチャアニメーションによって空力の質感を表現する。

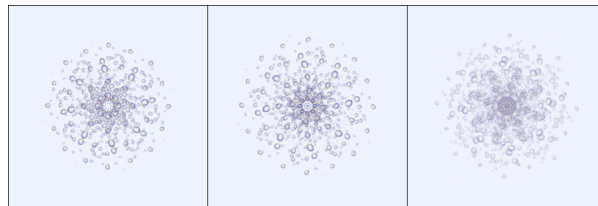


図 2.20: テクスチャアニメーション用画像

以上が Gregory 曲面を用いた空力の表現手法である。

第 3 章

動作検証と考察

本章では、第 3 章で述べた手法による Gregory 曲面を用いた形状変化する空力を実装したプログラムを使用し、その動作検証と考察を行う。このプログラムは OpenGL[18] をベースとした 3DCG ツールキットである FK Tool Kit System[19] を用いて実装した。検証に用いた環境は表 3.1 の通りである。

表 3.1: 実行環境

OS	Windows 7 Home Premium
CPU	Intel(R) Core i7 8209M 1.73GHz
GPU	NVIDIA(R) GeForce GTX 260M
RAM	4.0GB

3.1 動作検証

まず物体の形状、速度に応じて形状変形が行われたか検証を行う。物体の形状には立方体、4角錐、球の3種類を用いた。それぞれの形状と速度に応じて生成された空力形状を図 3.1、3.2、3.3 に示す。



図 3.1: 立方体での空力



図 3.2: 4角錐での空力



図 3.3: 球での空力

物体の向きが違う場合の空力形状を図 3.4 に示す。



図 3.4: 傾いた立方体での空力

図は右の画像ほど物体の移動する速度が速くなった場合である。物体ごとに空力は速度が上がるにつれ物体前方で大きく展開して行き、一定の大きさになると物体を包み込むように形状が変化していることが確認できる。また、物体の形状は同じでも傾いている場合では発生する空力の形状が変化することも確認できる。

次に本手法のリアルタイム性について検証を行う。空力にはアニメーションテクスチャをマッピングしたものをを用いた。図にその様子を示す。

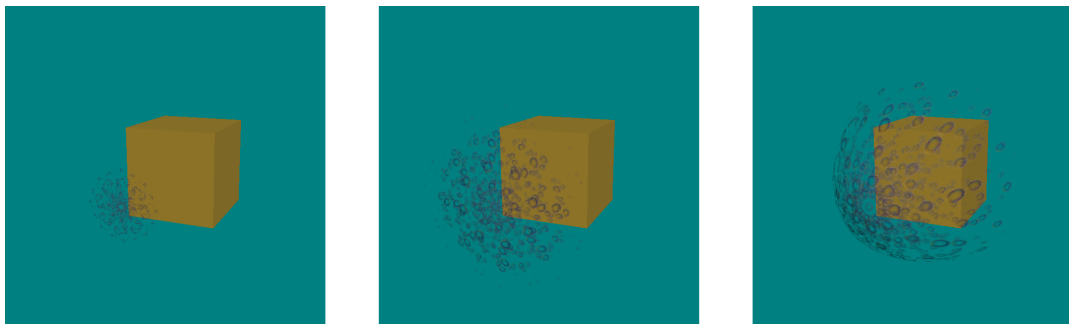


図 3.5: テクスチャマッピングした空力

検証は空力の変形時の動作フレームレートを計測することでリアルタイム性の有無を確かめた。フレームレートとは 1 秒間に描画画面が更新する回数を表し、単位は fps(Frames Per Second) で表す。数値が大きければリアルタイム性も高くなる。変形前において、異なったフレームレートの状況を用意し、どのような状況

でも本手法が有用であることを確かめた。曲面の分割数が大きくなればなるほど、フレームレートは低くなる。表 3.2 は曲面の分割数が異なる状況における fps とその処理時間である

表 3.2: FPS の平均

分割数	24 × 24	48 × 48
FPS	486fps	260fps
処理時間	0.00205 秒	0.00384 秒

以上により、本手法はリアルタイム処理が可能である。

3.2 考察

本手法では物体の移動する速度が上がり、空力が展開していくことを表現することができたが、移動する速度が低下し、空力が消えるときに不自然である。そのため空力が消えるときの手法の提案が必要である。また、空力が最大まで展開してしまうとそれ以上の形状変化が起きないため不自然に感じてしまう。これは Perlin Noise[20] などのノイズ手法で曲面の表面を揺らすことで解決できると考えられる。

第 4 章

まとめ

本論文の締めくくりとして、まとめと今後の展望に関して述べる。

本研究では Gregory 曲面を用いたリアルタイムに形状変化する空力の表現手法を提案した。Gregory 曲面の制御点を物体の形状と速度に応じて移動することでリアルタイムに形状変化する空力を表現することができた。本手法を用いることで、物体と速度に応じた空力を表現できるため、ゲーム等のリアルタイム 3DCG コンテンツを制作する際の表現力の向上に役に立つだろう。

今後の展望として、風などの外的要因や運動方向の変化による形状の変化を考慮していないため、これらに対応するための手法が必要になるだろう。また本研究における実装では運動方向を常に物体座標における前方のみを指すものとしたので運動方向の変化に対応するための手法が必要になるだろう。

謝辞

本研究を締めくくるにあたり、渡辺大地講師をはじめとするゲームサイエンスプロジェクトの皆さんに感謝いたします。

参考文献

- [1] 恒藤 敏彦, 「弾性体と流体」, 1983.
- [2] アイザック・ビクター・カーロウ, 渡部 晃久, 「コンプリート 3DCG デジタル映像に関わるすべての人に」, 2001.
- [3] Tomas Akenine-Moller, Eric Haines, 川西 裕幸, 「リアルタイムレンダリング 第2版」, 2006.
- [4] Bier, Eric A., and Kenneth R. Sloan, Jr., "Two-Part Texture Mapping", IEEE Computer Graphics and Applications, vol. 6, no. 9, pp. 40.53, September 1986.
- [5] Kershaw, Kathleen, "A Generalized Texture-Mapping Pipeline", M.S. Thesis, Program of Computer Graphics, Cornell University, Ithaca, New York, 1992.
- [6] Lander, Jeff, "Tha's a Wrap: Teaxture Mapping Methods", Game Developer Magazine, vol. 7, no. 10, pp. 21.26, October 2000.
- [7] S. A. Coons, "Surfaces for computer-aided design of space forms", MIT, 1967.
- [8] P. Bézier, "Definition numerique des courbes et surfaces", Automatisme, 11:625-632, 1966.
- [9] P. Bézier, "Definition numerique des courbes et surfaces(ii)", Automatisme, 12:17-21, 1967.

- [10] W. J. Gordon and R. F. Riesenfeld, "Bernstein-Bézier methods for the computer aided design of free-form curves and surfaces", journal of the ACM, 21:293-310, 1974.
- [11] G. Farin, "Curves and surfaces for computer aided design", Academic Press, 1992.
- [12] H. Chiyokura and F. Kimura. "Design of solids with free-form surfaces". Computer Graphics, 17(3):289-298, 1983.
- [13] 鳥谷 浩志, 千代倉 弘明, 「3次元CADの基礎と応用」, 1991.
- [14] J. A. Gregory, "Smooth interpolation without twist constraints", Computer Aided Geometric Design, R. E. Barnhill and R. F. Riesenfeld, ed., Academic Press, 1974.
- [15] P. de. Casteljau, "Outillages méthodes calcul", Technical Report, A. citroen, Paris, 1959.
- [16] P. de. Casteljau, "Courbes et surface a poles", Technical Report, A. citroen, Paris, 1963.
- [17] P. Bézier, "Numeical Control: Mathematics and Applications", John Wiley & Sons, London, 1972.
- [18] OpenGL.org, OpenGL, <<http://www.opengl.org/>>.
- [19] 渡辺大地, FK Tool Kit System , <<http://fktoolkit.sourceforge.jp/>>.
- [20] K. Perlin, "An Image Synthesizer", ACM SIGGRAPH Computer Graphics, 1985.