

2004年度 卒業論文

剛体による波の発生・反射を考慮した
水面のリアルタイムシミュレーション

指導教員：渡辺 大地 講師

メディア学部 3DCG コンポーネントプロジェクト

学籍番号 M0101145

小菅 晃治

2004年度 卒業論文概要

論文題目

剛体による波の発生・反射を考慮した
水面のリアルタイムシミュレーション

メディア学部

学籍番号：M0101145

氏名

小菅 晃治

指導
教員

渡辺 大地 講師

キーワード

3DCG, リアルタイムシミュレーション
水面モデル, ハイトフィールド

コンピュータグラフィックスの性能の向上につれて表現の幅は大きく広がっており、水・煙・炎といった無形物に対しても様々な表現方法が生み出されてきた。水のシミュレーションは大きく分けて水全体のシミュレーションと水面のみのシミュレーションの2つが存在する。その内の水面のみのシミュレーションに、水面を薄いゴムの膜のようにモデル化して表現する技法があり、主に、水面上のある地点の高さを表すためのハイトフィールド（高さマップ）を用いた手法が利用されている。

本研究は、リアルタイムシミュレーションにおいて、物体の形に即した波の挙動を計算コストをかけずに行う水面のシミュレーションを目的とする。ハイトフィールドによる水面モデルをベースとし、メッシュの生成方法と波の挙動を拡張することでよりリアルな波の挙動を行える手法を提案する。ハイトフィールドによる水面モデルは、精度を良くすることで細かい波の挙動が可能になるが、水面モデル全体の精度を上げてしまうとその分処理にかかる時間が多くなり、リアルタイムでの処理に支障が出る。本研究では、細かい挙動が必要となる、水面に浮かぶ物体が存在する位置のみ水面モデルの精度を高くすることで、処理にかかる計算量を軽減した。水面モデルのメッシュによる物体の切断面を囲むように水面モデルに点を追加し、追加した点を含めて水面のメッシュを形成することで、物体の輪郭を含めた水面メッシュを形成する。この物体の輪郭部分に存在する点を波の発生・反射等の挙動を計算する位置とすることで、物体の形状に応じた波の挙動を表現した。

目次

第1章	はじめに	1
1.1	背景	1
1.2	研究内容	3
1.3	論文構成	4
第2章	物体の形状を反映した水面モデルの作成と波の表現	5
2.1	提案手法の概要	5
2.2	物体の形状を反映した水面モデルの作成	5
2.2.1	基礎モデル	5
2.2.2	物体の切断面	7
2.2.3	水面モデルへの頂点の追加	8
2.2.4	メッシュの形成	11
2.3	波の挙動	16
2.3.1	追加点からの波の発生	16
2.3.2	波の挙動	17
第3章	評価と今後の展望	21
3.1	評価	21
3.2	問題点	24
第4章	まとめ	25
	謝辞	26
	参考文献	27

第 1 章

はじめに

1.1 背景

コンピュータグラフィックスによって現実に近い映像を実現するという取り組みは古くから行われてきた。コンピュータの性能の向上につれて表現の幅は大きく広がっており、水・煙・炎といった無形物に対しても様々な表現方法が生み出されている。

水のシミュレーションは大きく分けて水全体のシミュレーション [1][2][3] と水面のみのシミュレーション [4][5] の 2 つが存在する。水全体のシミュレーションは、水粒子の動きを一つ一つ計算することで水飛沫や水流などの細かい水の挙動を含めたシミュレーションを可能としている。水の内部までシミュレーションできるため、潜水している物体の動きによる水面への影響といったシミュレーションも可能である。水面のみのシミュレーションは、水面を薄いゴムの膜のようにモデル化して表現する技法であり、波を表現するためには、波の形状をそのままモデリングする手法や、波の形状をしたテクスチャを貼り付ける手法がある。水全体のシミュレーションは、計算にかかるコストが水面のみのシミュレーションと比較して高いため、リアルタイムでのシミュレーションでは水面のみのシミュレーションが主流となっている。

水面波の形状をモデリングする手法には、曲線を用いる手法と、メッシュを用いる手法がある。曲線を用いる手法は、曲線で表した波を一定方向に並べ、それ

それぞれの波を変化させることによって三次元空間での水面を表現する。水面を表現する波は、水の性質を考慮した波であるストークス波 [6]・トロコイド波 [4] 等が用いられ、それぞれ複数の波を合成することによって複雑な波を表現する。しかし、物体を浮かべ、それを動かした時に起きる波を表現するには、物体を動かした時に出来る波をその都度合成していく必要があるため、物体による作用を実装するには不向きである。

メッシュを用いる手法は、二次元配列の各要素に、ある地点での高さとなるデータを格納し、配列のインデックスを水平方向の成分、各要素に格納したデータを高さの成分とした点を元にメッシュの形成を行うことで、凹凸のあるメッシュを形成する手法である [7][8][9][10][11]。高さを示すデータを格納した二次元配列をハイトフィールドと呼び、ハイトフィールドの各要素のデータを別な値に書き換えることによってメッシュを形成する頂点の高さを変化することができる。また、頂点をばねによって繋がっているようにモデル化することで、波の伝わりを表現できる。ハイトフィールドのデータに変位を与えることによって波の発生を行えるため、物体による波の発生などの表現が行いやすい。しかし、広い水面の表現をしたり、精度を良くするために配列を大きくしてしまうと計算量が膨大になってしまうため、モデルの広さや細かさに注意を払う必要がある。

テクスチャによる波の表現で最も単純なものは、あらかじめ波を描いたテクスチャを用意しておき、位置をずらす、拡大・縮小する、別なテクスチャに張り替えるといったアニメーションを行うことで波の伝わりを表現するという手法である。物体による波の発生を表現するには、物体の形状をした波のテクスチャを拡大するという手法で表現できるが、拡大するとテクスチャが粗くなり、また、拡大だけでは水と地面との境界部分で波が反射ができないといった問題がある。

テクスチャを用いる他の手法には、バンプマッピングを用いる手法がある。バンプマッピングとは物体表面の法線ベクトルを変化させることによって、平らな面であっても凹凸があるように表現することができる手法である。前述のハイトフィールドをもとに法線マップを生成することで、水面のような凹凸に見えるテ

クスチャを持つ平面を表現することができる [12]。ハイトフィールドを用いているため、水面モデルと同様に物体による波の発生が行いやすく、モデリングに使う頂点数が少ないため、水面モデルよりも高速な計算が可能である。しかし、バンプマッピングによる凹凸は平面に貼られたテクスチャの模様であり、モデルが変形しているわけではない。したがって、大きな波を表現しようとするとう輪郭が不自然になってしまうため、バンプマッピングによって表現できるのはさざ波程度となってしまう、物体の浮遊を表現しようとするとう上下への運動が大幅に制限されてしまう。

水面に石が落ちる、船が水面を移動するなど、物体が水面に何らかの働きかけをした場合、水面はその事象に対し、波の発生・水しぶきの発生などといった反応を起こす。水のシミュレーションにおいて波を発生させる場合、物体の形を反映した波の発生を行うことで自然な波の表現ができる。水面のみのシミュレーションである水面モデルにおける波の発生の表現は、上記のように水面モデルのメッシュの各頂点に変位を与える、波の模様を描いたテクスチャを水面モデルに貼り付けるといった手法で行っている。しかし、水面モデルのメッシュの頂点に高さ方向に変位を与える手法では、波の発生位置を高さ以外固定しているため物体の形状と波の発生位置にズレが生じるため物体の形状を反映した波の発生ができず、精度を上げズレを無くそうとする場合は計算コストが高くなるといった問題がある。また、テクスチャを用いる手法では水面モデルと物体との相互の影響がシミュレートできず、水面の形状そのものは変形しないため、物体の動きによる物体の形状に応じた波の発生と水面の形状の変形を両立することができないといった問題がある。

1.2 研究内容

本研究では、物体の形状に応じた波の発生・反射をリアルタイムシミュレーションで表現することを目的とする。水面を動く物体による波の発生・反射の挙動を位置のズレが無く行え、また、波の挙動の計算コストがかからない水面モデルを

構築する。

提案手法となる水のシミュレーションは、比較的高速で、リアルタイムで計算をすることが可能である水面のみのシミュレーションの手法の中から、メッシュによる水面モデルの形成手法をベースとした。メッシュによる水面モデルの形成手法は、メッシュの精度を高めるとメッシュの各頂点の位置を求めるための計算量が多くなり、リアルタイムでのシミュレーションに支障をきたすという問題がある。そこで、本研究では、波の挙動を表現するために高い精度が必要となる、物体周辺の部分だけ精度を高めることによって全体の計算量を増大させることなく細かい波の発生・反射の表現を行った。

部分的に精度を高める手法として、物体の形状と水面モデルの形状から水面と物体の切断面を求め、ベースとなる水面モデルの頂点と切断面の頂点を合成した水面モデルを形成し、切断面の頂点を波の発生源・反射位置にすることで、物体の形状に則した波の挙動を行えるようにした。

1.3 論文構成

本論文の構成は次の通りである。2章では、本研究での提案手法である、物体の形状を反映した水面モデルの形成方法と、水面モデルにおける波の挙動について述べる。3章では評価と今後の展望について述べ、4章で本研究のまとめを示す。

第 2 章

物体の形状を反映した水面モデルの作成と波の表現

2.1 提案手法の概要

ハイトフィールドによる水面モデルは比較的自由的な挙動が可能となっているが、頂点の数によって計算量は大幅に変化し、パフォーマンスに大きな影響を与える。したがって、頂点の間隔を狭くするなどして精度を高めようとするのは、リアルタイムシミュレーションでは避けるべきである。そこで、物体と水面が接する位置に新たに点を追加することで物体を覆うように水面モデルのメッシュを変形し、また、追加した点を波の発生源・反射点とする。このように、ある一部分だけの精度を高めることで、影響を最低限に抑えながら、物体が水を掻き分けるといった波の表現を可能とする。

2.2 物体の形状を反映した水面モデルの作成

2.2.1 基礎モデル

ハイトフィールドから形成する水面モデルのメッシュの各頂点は、平面上に等間隔に並んでいる。したがって、これらの点を直線で繋ぐと、平面上に格子が並んだように表すことができる。

水平方向を xy 、高さ方向を z とした時、水面モデルにおいて、 x 方向に i 番目、

y 方向に j 番目にあたる頂点を $P[i, j]$ とする。この時、格子の間隔を、 x 方向 y 方向ともに h とする。また、 $P[i, j], P[i + 1, j], P[i, j + 1], P[i + 1, j + 1]$ からなる正方形を $C[i, j]$ と表し、 $C[i, j]$ の四辺を $W[i, j]$ とする。このうち、 $P[i, j]$ から $P[i + 1, j]$ に伸びる辺を $\{P[i, j], P[i + 1, j]\}$ 、 $P[i, j]$ から $P[i, j + 1]$ に伸びる辺を $\{P[i, j], P[i, j + 1]\}$ とする。図 2.1 は、ハイトフィールドによって形成する水面モデルのメッシュのうち、格子からなる正方形のひとつを表したものである。

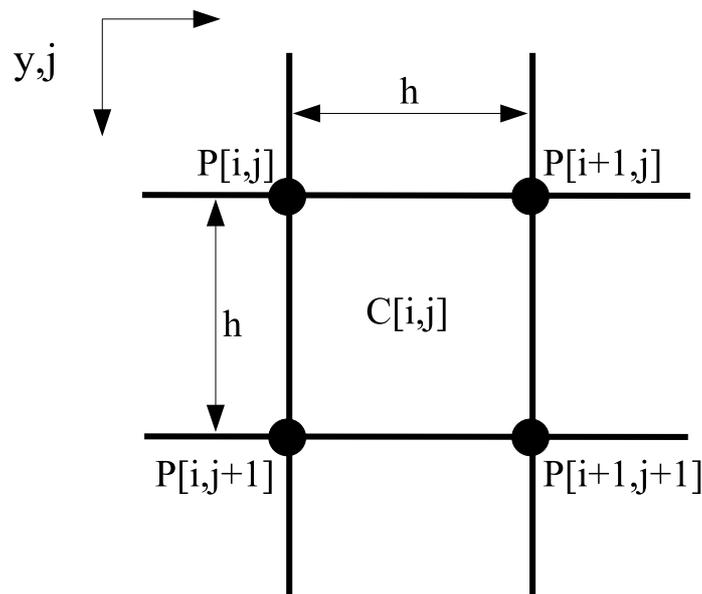


図 2.1: 水面モデル

水面モデルを形成するための正方形ひとつひとつは、実際には三角形ポリゴン 2 個を組み合わせたメッシュとして形成する。基礎モデルにおける水面モデルのメッシュひとつひとつは、 $P[i, j], P[i + 1, j], P[i, j + 1]$ からなるポリゴンと、 $P[i + 1, j], P[i, j + 1], P[i + 1, j + 1]$ からなるポリゴンを組み合わせて形成する。図 2.2 は、三角形ポリゴンによるメッシュの形成を表している。

基礎モデルでは、水面モデルの各正方形は全て図 2.2 のように三角形ポリゴン 2 枚を組み合わせてメッシュを形成する。

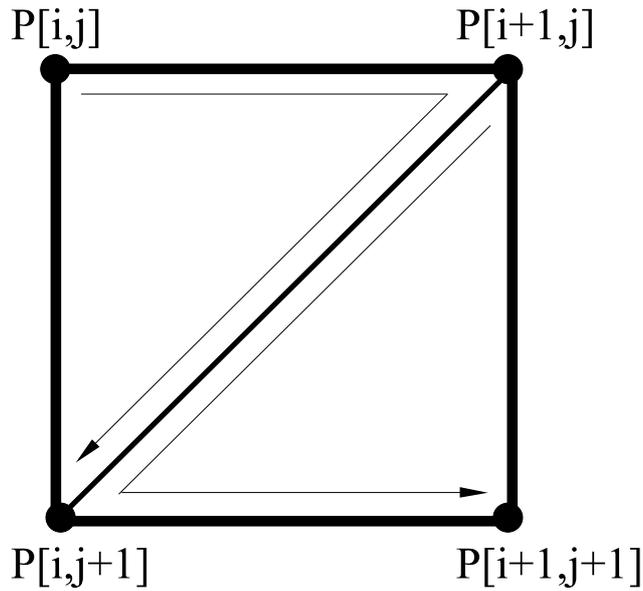


図 2.2: 三角形ポリゴンによるメッシュの形成

2.2.2 物体の切断面

物体に沿った線を持つ水面モデルのメッシュを形成するため、まず、平面による物体の切断面を求めることとする。 xy 平面に平行な平面を S' とした時、平面 S' に点 $P[i, j]$ を射影したものを $P'[i, j]$ とし、点 $P[i, j]$ の場合と同様に、 $P'[i, j]$, $P'[i+1, j]$, $P'[i, j+1]$, $P'[i+1, j+1]$ からなる正方形を $C'[i, j]$ と表し、 $C'[i, j]$ の四辺を $W'[i, j]$ 、 $P'[i, j]$ から $P'[i, j+1]$ に伸びる辺を $\{P'[i, j], P'[i, j+1]\}$ とする。

平面 S' から物体の切断面 D' を求める。この時、平面 S' の z 成分 S'_z は、物体が存在する位置の水面モデルの頂点の z 成分を平均したものとす。

物体を形成する頂点のうち、物体の辺のひとつを形成する 2 点を点 Q と点 R とする。この点 Q と点 R によってできる直線が平面 S' と交わるかどうかは、点 Q と点 R それぞれの z 成分 Q_z, R_z が平面 S' の上下に別々に存在する時に判定できる。この時、点 Q と点 R によってできる辺と平面 S' の交点を点 L とし、物体を構成する各辺から求まる交点 L'_1, L'_2, \dots を繋げることで平面 S' による物体の切断面 D' を形成する。点 Q と点 R によってできる辺と平面 S' の交点 L の x, y, z 成分を求

める式を式 (2.1) に示す。

$$\begin{aligned}
 L'_x &= \left(S_z - \frac{Q_z R_x - Q_x R_z}{R_x - Q_x} \right) \left(\frac{R_x - Q_x}{R_z - Q_z} \right) \\
 L'_y &= \left(S_z - \frac{Q_z R_y - Q_x R_y}{R_y - Q_y} \right) \left(\frac{R_y - Q_y}{R_z - Q_z} \right) \\
 L'_z &= S_z
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

L' が $P'[i, j]$ 又は $W'[i, j]$ と重なる場合があるが、後の計算における不具合を回避するため、この場合は点 $P'[i, j]$ 又は $W'[i, j]$ から少しずらした位置を L' の x 成分及び y 成分とする。点 L' の位置をずらす時は、追加する点が増えないようにするため、本来の切断面よりも内側になるように位置をずらす。図 2.3 は $W'[i, j]$ に重なる点 L' を y 方向にずらす様子を示している。

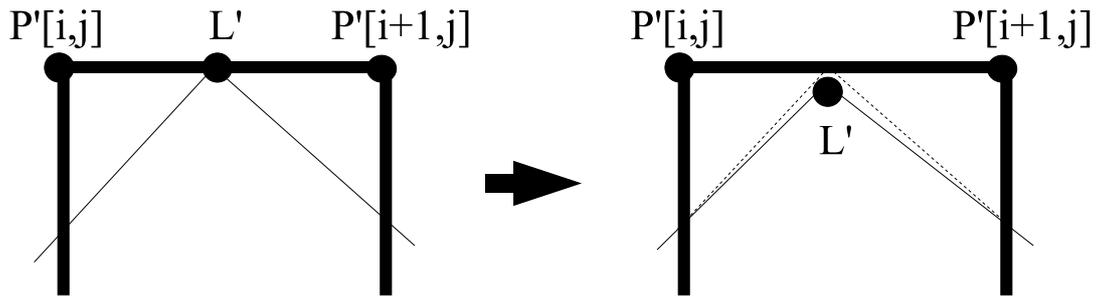


図 2.3: 点 L' の位置の修正

2.2.3 水面モデルへの頂点の追加

切断面を D' 、切断面の各頂点を L'_1, L'_2, \dots とした時、水面モデルに追加する点を N_1, N_2, \dots とし、それぞれの座標を次のような位置とする。

- 平面 S' による物体の切断面 D' の頂点部分に位置する点 L'_1, L'_2, \dots を水面メッシュの表面上に位置するように z 方向に移動した座標
- 平面 S' による物体の切断面 D' の辺と、 $W'[i, j]$ が交差する点 M' を水面メッシュの表面上に位置するように z 方向に移動した座標

図 2.4は平面 S' による物体の切断面 D' と水面モデルに追加する点を表している。

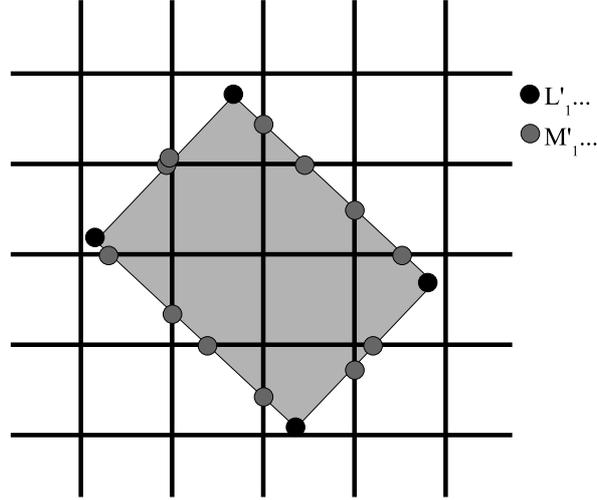


図 2.4: 水面モデルに追加する点

図 2.5は、物体の切断面 D' の頂点部分に位置する点 L' の座標を元に、水面メッシュに点 N を追加する様子を示している。

切断面のある頂点 L' の x, y 成分 L'_x, L'_y を元に、メッシュの表面に追加する点 N の x, y, z 成分である N_x, N_y, N_z を求める式を式 (2.2) に示す。 N_z を求める時に用いる $P[i, j]$ のインデックスは、点 L が存在する座標と同位置にある $C[i, j]$ のインデックスと同じである。

$$\begin{aligned}
 N_x &= L'_x \\
 N_y &= L'_y \\
 N_z &= \left(((P_z[i, j+1] - P_z[i, j])(N_y - jh) + P_z[i, j]) \right. \\
 &\quad \left. - ((P_z[i+1, j+1] - P_z[i+1, j])(N_y - jh) + P_z[i+1, j]) \right) (N_x - ih) \\
 &\quad + ((P_z[i, j+1] - P_z[i, j])(N_y - jh) + P_z[i, j])
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

切断面 D' の辺と、平面 S' 上の正方形の辺 $W'[i, j]$ との交点を点 M' とし、この点 M' の座標をもとに水面メッシュ上に新しい点 N を追加する。図 2.6は物体の切

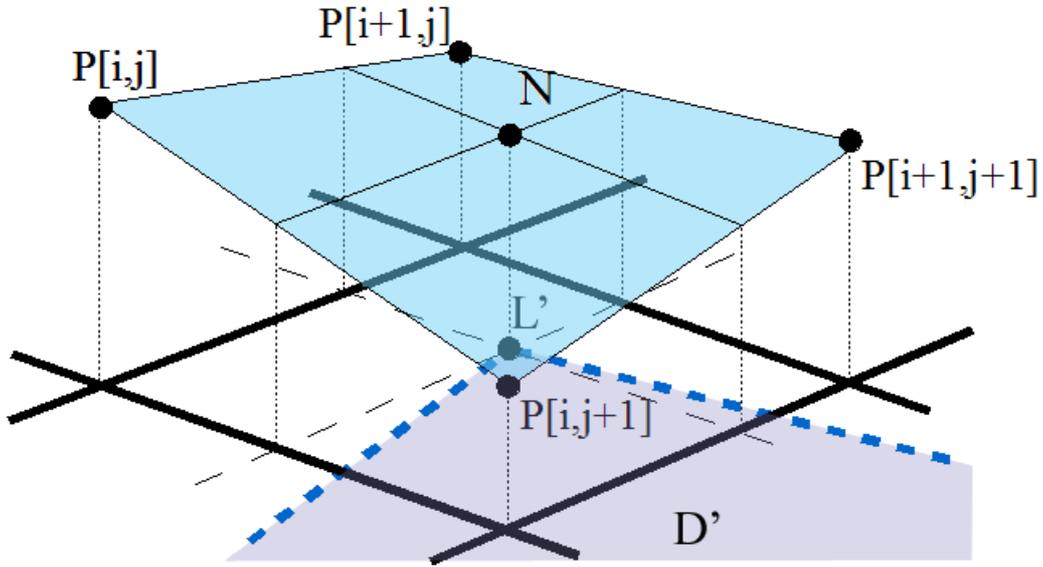


図 2.5: 点 L' を元にした点 N の追加

断面 D' の边上のある点 M' が $W'[i, j]$ と重なる時、点 M' の座標を元に、水面メッシュに点 N を追加する様子を示している。

切断面の点 L'_1, L'_2 からなる边上のある点 M' が正方形 $C'[i, j]$ の一边である $\{P'[i, j], P'[i+1, j]\}$ と重なる時、 $\{P[i, j], P[i+1, j]\}$ 上に追加する点 N を求める式を式 (2.3) に示す。

$$\begin{aligned}
 N_x &= \left(P_y[i, j] - \frac{L_{1x}L_{2y} + L_{1y} + L_{2x}}{L_{2y} - L_{1y}} \right) \left(\frac{L_{2y}L_{1y}}{L_{2x} - L_{1x}} \right) \\
 N_y &= P_y[i, j] \\
 N_z &= (P_z[i+1, j] - P_z[i, j])(N_x - ih) + P_z[i, j]
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

また、切断面の点 L'_1, L'_2 からなる边上のある点 M' が正方形の一边である $\{P'[i, j], P'[i, j+1]\}$ と重なる時、 $\{P[i, j], P[i, j+1]\}$ 上に追加する点 N を求める式を式 (2.4) に示

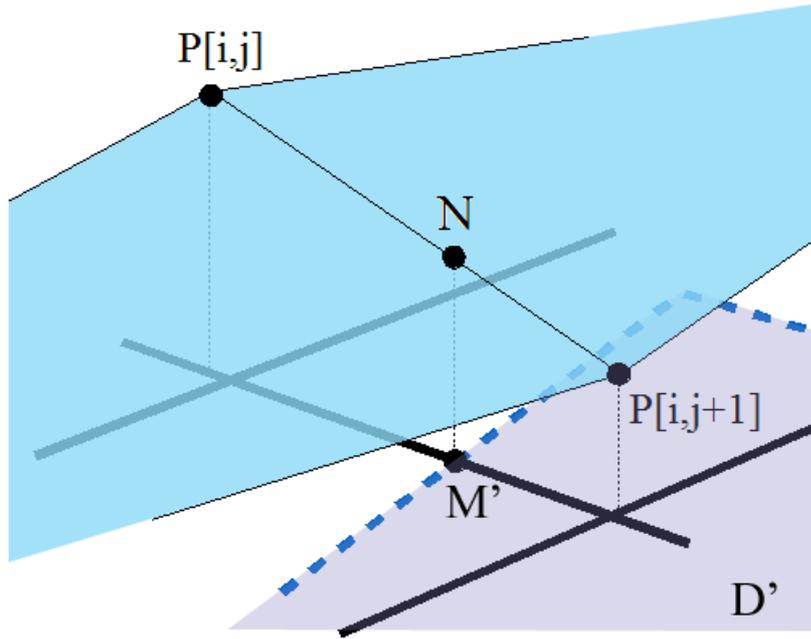


図 2.6: 点 M' を元にした点 N の追加

す。

$$\begin{aligned}
 N_x &= P_x[i, j] \\
 N_y &= \left(P_x[i, j] - \frac{L_{1x}L_{2y} + L_{1y} + L_{2x}}{L_{2y} - L_{1y}} \right) \left(\frac{L_{2y}L_{1y}}{L_{2x} - L_{1x}} \right) \\
 N_z &= (P_z[i + 1, j] - P_z[i, j])(N_{by} - ih) + P_z[i, j]
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

2.2.4 メッシュの形成

ハイトフィールドと追加した点から水面モデルのメッシュを形成する。水面モデル上の一区画である $C[i, j]$ に新しい点を追加していない場合は、基礎モデルと同様に三角形ポリゴン 2 個を組み合わせるメッシュを形成する。 $C[i, j]$ に点を追加している場合は、 $P[i, j], P[i + 1, j], P[i, j + 1], P[i + 1, j + 1]$ と、追加した点 N_1, N_2, \dots を含めて複数の三角形ポリゴンを形成し、ポリゴンを組み合わせるメッシュを形

成する。

三角形ポリゴンの組み合わせは、追加した点の数や位置によって変化する。追加した点 N_1, N_2, \dots を繋ぐことによって形成できる物体を取り囲む線は途切れることが無く、また、点 $P[i, j]$ や辺 $W[i, j]$ に重なるような切断面の頂点や、点 $P[i, j]$ に重なるような点は、点を追加する座標をずらしているため、ある $C[i, j]$ に点を追加していた場合、その $C[i, j]$ には必ず2個以上の追加した点が存在する。 $C[i, j]$ 上に2個の点 N_1, N_2 を追加した場合、 $C[i, j]$ における追加した点が存在する位置は次の場合のいずれかとなる。

- 垂直に位置する $\{P[i, j], P[i+1, j]\}$ と $\{P[i, j], P[i, j+1]\}$ 等の位置に、それぞれ1個ずつ追加した点が存在する
- 平行に位置する $\{P[i, j], P[i+1, j]\}$ と $\{P[i, j+1], P[i+1, j+1]\}$ または $\{P[i, j], P[i, j+1]\}$ と $\{P[i+1, j], P[i+1, j+1]\}$ に、それぞれ1個ずつ追加した点が存在する

図2.7は、垂直に位置する $\{P[i, j], P[i+1, j]\}$ と $\{P[i, j], P[i, j+1]\}$ 上にそれぞれ1個追加した点が存在する時のメッシュの形成手順を示している。

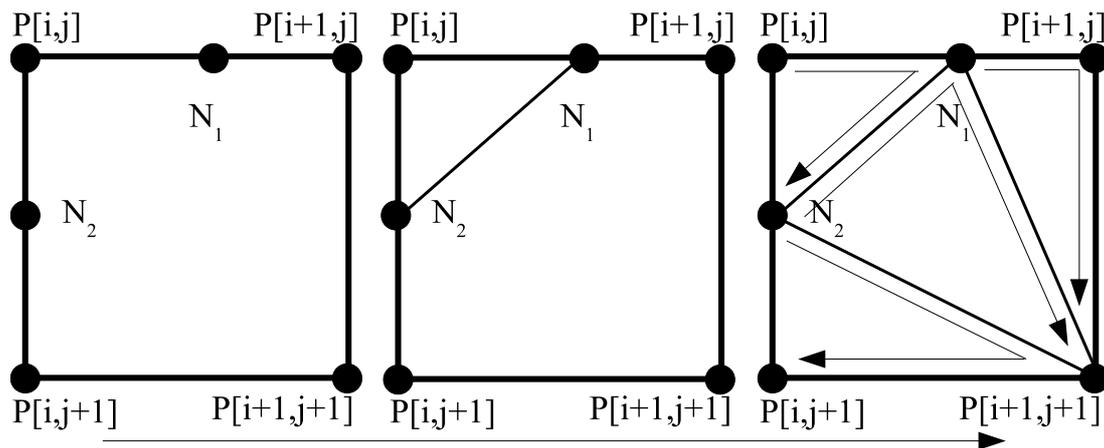


図2.7: メッシュの形成手順 (1)

$C[i, j]$ に2個の点 N_1, N_2 を追加していた場合にメッシュを形成するには、まず

追加した2点 N_1 と N_2 を繋ぐ。次に、追加した2点の反対側にある点 $P[i+1, j+1]$ に向けて追加した2点から点を繋げる。このようにすることで、複数のポリゴンを組み合わせたメッシュを作成する。

図 2.8は、平行に位置する $\{P[i, j], P[i+1, j]\}$ 上に1個、 $\{P[i, j+1], P[i+1, j+1]\}$ 上に1個追加した点が存在する時のメッシュの形成手順を示している。

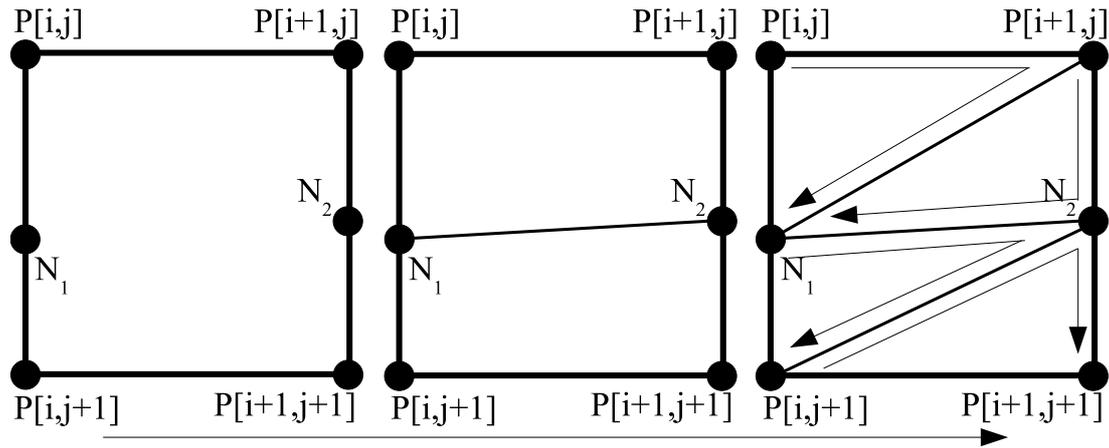


図 2.8: メッシュの形成手順 (2)

この組み合わせの場合も、まず追加した2点 N_1 と N_2 を繋ぐ。次に、 $C[i, j]$ の頂点部分となる $P[i, j], P[i+1, j], P[i, j+1], P[i+1, j+1]$ と追加した2点をZ字形に繋げることで、ポリゴンの組み合わせによるメッシュを形成する。

$C[i, j]$ に3個の点 N_1, N_2, N_3 を追加した場合、追加した点が存在する位置は次の場合となる。

- $W[i, j]$ のいずれか2箇所の辺に1個ずつ、計2個の追加した点が存在し、辺を除く $C[i, j]$ 内部に1個追加した点が存在する
- $W[i, j]$ のいずれか1箇所の辺に2個追加した点が存在し、辺を除く $C[i, j]$ 内部に1個追加した点が存在する

図 2.9は、 $\{P[i, j+1], P[i+1, j+1]\}, \{P[i+1, j], P[i+1, j+1]\}$ にそれぞれ1個ずつ、計2個の追加した点が存在し、辺を除く $C[i, j]$ の内部に1個追加した点が

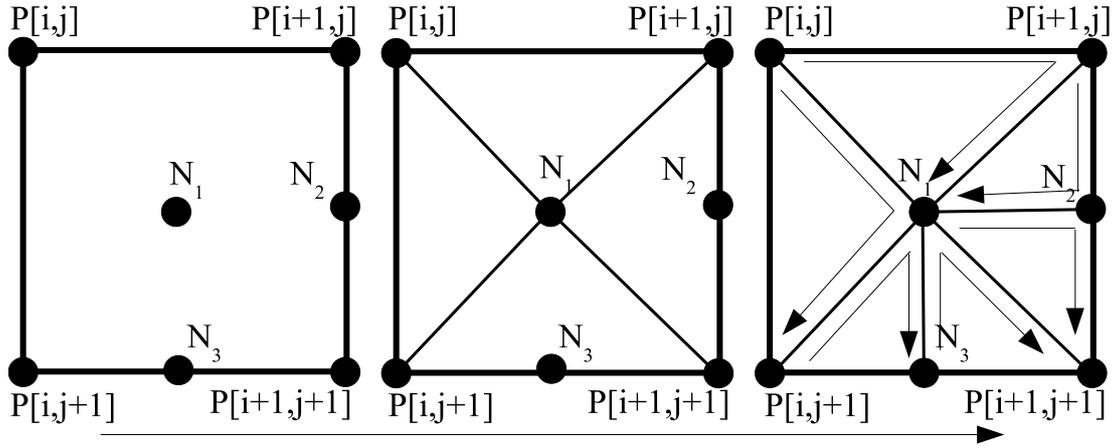


図 2.9: メッシュの形成手順 (3)

存在する時のメッシュの形成手順を示している。

辺を除く $C[i, j]$ の内部に 1 個追加した点が存在する場合、まず辺を除く $C[i, j]$ の内部に追加した点 N_1 から、 $P[i, j], P[i+1, j], P[i, j+1], P[i+1, j+1]$ それぞれに向けて点を繋げる。このようにすることで、 $\{P[i, j], P[i+1, j]\}, \{P[i, j], P[i, j+1]\}, \{P[i, j+1], P[i+1, j+1]\}, \{P[i+1, j], P[i+1, j+1]\}$ がそれぞれ独立する三角形ポリゴンとなる。その後、境界部分を除く $C[i, j]$ に追加した点と、正方形の辺 $W[i, j]$ 上に追加した点を繋ぐことで、ポリゴンの組み合わせによるメッシュを形成する。

図 2.10 は、 $W[i, j]$ のいずれか 1 箇所の辺に 2 個追加した点が存在し、辺を除く $C[i, j]$ の内部に 1 個追加した点が存在する時のメッシュの形成手順を示している。

$\{P[i, j+1], P[i+1, j+1]\}, \{P[i+1, j], P[i+1, j+1]\}$ にそれぞれ 1 個ずつ、計 2 個の追加した点が存在する場合と同様に、まず辺を除く $C[i, j]$ の内部に追加した点 N_1 から、 $P[i, j], P[i+1, j], P[i, j+1], P[i+1, j+1]$ それぞれに向けて点を繋げ、点 N_1 と、正方形の辺 $W[i, j]$ 上に追加した点を繋げる。このようにし、ポリゴンの組み合わせによるメッシュを形成する。

$C[i, j]$ に 4 個の点 N_1, N_2, N_3, N_4 を追加していた場合、追加した点が存在する位置は次の場合となる。

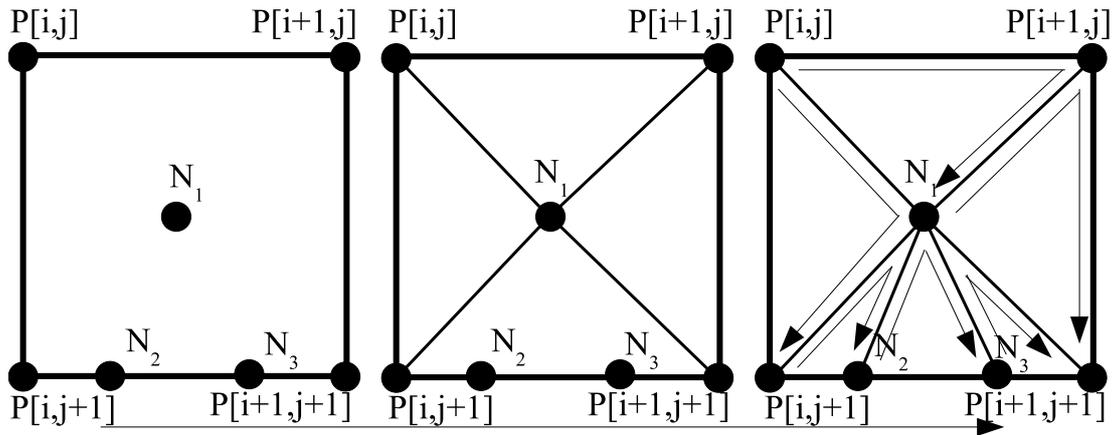


図 2.10: メッシュの形成手順 (4)

- $W[i, j]$ のそれぞれの辺上に 1 個ずつ追加した点が存在する
- $W[i, j]$ のいずれか 1 箇所の辺に 2 個、他の 2 箇所の辺にそれぞれ 1 個ずつ追加した点が存在する
- $W[i, j]$ のいずれか 2 箇所の辺にそれぞれ 2 個ずつ追加した点が存在する
- $W[i, j]$ のいずれか 1 箇所の辺に 2 個、辺を除いた $C[i, j]$ 内部に 2 個追加した点が存在する
- $W[i, j]$ のいずれか 2 箇所の辺にそれぞれ 1 個ずつ、辺を除いた $C[i, j]$ 内部に 2 個追加した点が存在する

追加した点が 4 個以上の場合も、追加した点が 2,3 個の時と同様に、追加した点が存在する位置に応じてメッシュの形成パターンを変え、メッシュを形成していく。

2.3 波の挙動

2.3.1 追加点からの波の発生

水面上を移動する物体の速度が早くなると波の大きさが増す。本手法では、物体の移動量に比例した大きさの波を発生させる。物体の移動を計算する毎に、水面モデルに追加した点のうちの一つ N_c の時間 t での座標と、 $t-1$ での座標から、移動距離の差を取得する。ある時間 t における点の座標 $N_c(t)$ と $t-1$ における点の座標 $N_c(t-1)$ の差分 $d(t)$ を取得する式を式 (2.5) に示す。

$$d(t) = \sqrt{(N_{cx}(t) - N_{cx}(t-1))^2 + (N_{cy}(t) - N_{cy}(t-1))^2} \quad (2.5)$$

追加した点からの波の発生は、取得した差分をもとに、時間 t における物体と $t-1$ における点 N_c の位置との比較によって変位の与えかたを変える。 $t-1$ における点 N_c が t における xy 平面による物体の切断面の内側に存在している場合、 $t-1$ における点 N_c と t における点 N_c の間に存在していた水は物体によって掻き分けたことになる。したがって、追加した点に上方向に変位を与えることで、物体が水を掻き分ける表現となる。逆に、 t における点 N_c が $t-1$ における xy 平面による物体の切断面の内側に存在していた場合、そこは物体が移動した後の空間となるため、下方向に変位を与える。図 2.11 は、物体の移動に伴う点 N_c の移動する向きを表している。

点 N_c を z 軸の上方向に変位を与える場合の式を式 (2.6) に、下方向に変位を与える場合の式を式 (2.7) に示す。

$$N_{cz}(t+1) = N_{cz}(t) + \alpha d(t) \quad (2.6)$$

$$N_{cz}(t+1) = N_{cz}(t) - \alpha d(t) \quad (2.7)$$

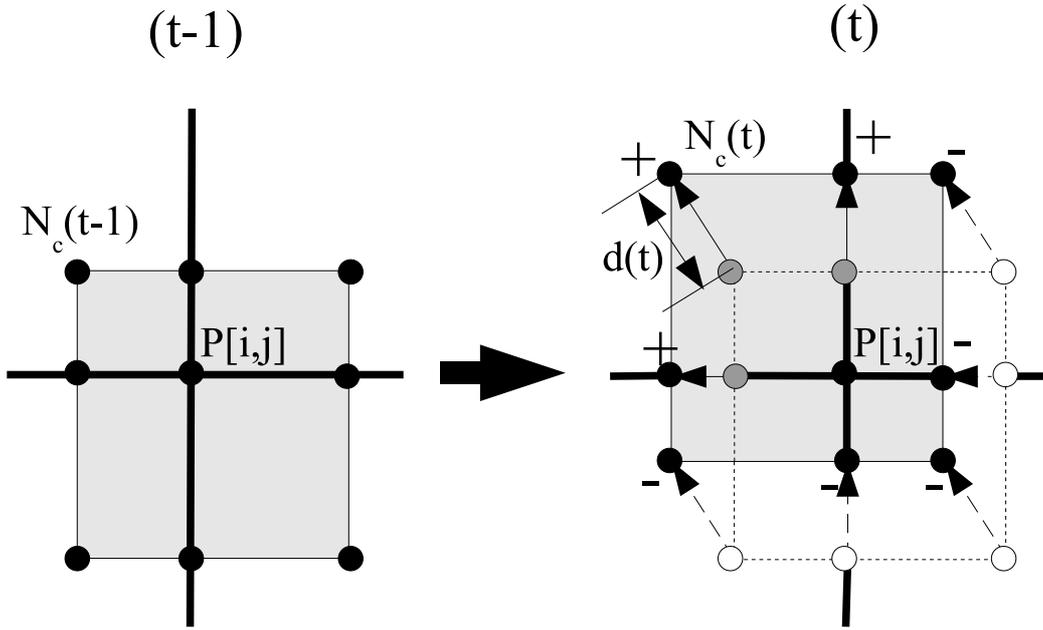


図 2.11: 点 N_c の移動する向き

式 (2.6)(2.7) における α は任意の定数とする。

2.3.2 波の挙動

点 $P[i, j]$ の周囲に新しい点を追加していない場合、水面モデルの点 $P[i, j]$ のある時刻 t における高さを $P_z[i, j](t)$ とした時、 $t + 1$ における高さ $P_z[i, j](t + 1)$ は、式 (2.8) によって求めることができる。

$$\begin{aligned}
 P_z[i, j](t + 1) = & \frac{c^2 \Delta t^2}{h^2} (P_z[i + 1, j](t) + P_z[i - 1, j](t) \\
 & + P_z[i, j + 1](t) + P_z[i, j - 1](t)) \\
 & + (2 - \frac{4c^2 \Delta t^2}{h^2}) (P_z[i, j](t) - P_z[i, j](t - 1))
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

式 (2.8) における c は波の速度を表し、 Δt は時間の差、 h は頂点間の距離を表している。式 (2.8) では、 $P[i, j]$ の高さ $P_z[i, j](t)$ は、 $P[i, j]$ とそれに隣接している 4

点の高さから求めることができることを表している。

水面モデルの端など、隣接している点が4点に満たない場合、式(2.8)の一部を変更して計算する。式(2.9)は水面モデルの左端における計算を、式(2.10)は水面モデルの左上角での計算式をそれぞれ表している。

$$P_z[i, j](t+1) = \frac{c^2 \Delta t^2}{h^2} (P_z[i+1, j](t) + P_z[i, j+1](t) + P_z[i, j-1](t)) + (2 - \frac{3c^2 \Delta t^2}{h^2}) (P_z[i, j](t) - P_z[i, j](t-1)) \quad (2.9)$$

$$P_z[i, j](t+1) = \frac{c^2 \Delta t^2}{h^2} (P_z[i+1, j](t) + P_z[i, j+1](t)) + (2 - \frac{2c^2 \Delta t^2}{h^2}) (P_z[i, j](t) - P_z[i, j](t-1)) \quad (2.10)$$

水面モデルの左端では隣接する点が3点、左上角では隣接する点が2点である。式(2.8)の右辺第二項の数値4が式(2.9)(2.10)ではそれぞれ3, 2になっており、隣接している点の数を表していることがわかる。

水面モデルに物体の形状に応じて新しく点を追加したとき、ある点 $P[i, j]$ の高さに影響を与える点は、物体の存在する位置によって変化する。この時の $P[i, j]$ の周囲に m 個の点を追加した時の、 $P[i, j]$ の $t+1$ における高さ $P_z[i, j](t+1)$ を計算する点を式(2.11)で示す。

$$P_z[i, j](t+1) = \frac{c^2 \Delta t^2}{h^2} (P_z[i+1, j](t) + P_z[i-1, j](t) + P_z[i, j+1](t) + P_z[i, j-1](t) + \sum_{k=1}^m N_{kz} r_k(t)) + (2 - \frac{(4+m)c^2 \Delta t^2}{h^2}) (P_z[i, j](t) - P_z[i, j](t-1)) \quad (2.11)$$

式(2.11)のうち、 N_{kz} は隣接する追加した点 N_k の高さ z を表している。また r_k は $P[i, j], P[i+1, j]$ の距離である h から $P[i, j]$ から点 N_k までの距離の差分を引いたものである。

新しく追加した点のうち、ある時間 t における点 $P[i, j]$ の高さ $P_z[i, j](t)$ に影響を与える点は、 $P[i, j]$ を中心とした、半径 h の円の内部に存在する点とする。図 2.12 は $P_z[i, j](t)$ に影響を与える範囲と、 $P_z[i, j](t)$ に影響を与える点を示している。

ある時間 t における新しく追加した点 N_1 の高さ $N_{1z}(t)$ に影響を与える点は、 $P_z[i, j](t)$ と同様、点 N_1 の周囲 h の円の内部に存在する点とする。図 2.13 は、追加した点 N_1 の z 成分 $N_{1z}(t)$ に影響を与える範囲と、 $N_{1z}(t)$ に影響を与える点 $P[i, j-1], P[i+1, j+1], P[i, j], P[i+1, j]$ と N_2, N_3 を示している。

点 N_1 の z 成分 N_{1z} に影響を与える範囲内に点 $P[i, j], P[i+1, j], P[i, j+1], P[i+1, j+1]$ と N_1 を除く追加した点 N_2, N_3 を含めた計 n 個の点が入っている場合の点 N_1 の時間 $t+1$ における高さ $N_{1z}(t+1)$ を計算する式を式 (2.12) に示す。

$$\begin{aligned}
 N_{1z}(t+1) = & \frac{c^2 \Delta t^2}{h^2} (P_z[i, j](t) + P_z[i+1, j](t) + P_z[i, j+1](t) \\
 & + P_z[i+1, j+1](t) + \sum_{k=1}^m N_{kz} r_k(t)) \\
 & + (2 - \frac{nc^2 \Delta t^2}{h^2}) (N_{1z}(t) - N_{1z}(t-1))
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

式 (2.12) では誤差が生じるが、差し支えない範囲となっている。

ある場所から発生した波は、遠くに伝わるにつれて少しずつ振幅が小さく減衰していく。この現象を表現するため、水面モデルの頂点および追加した点の高さを計算した後、その高さに 0 以上 1 未満の任意の数を乗算する。乗算する数が 1 に近づくとつれて減衰の量が少なくなる。

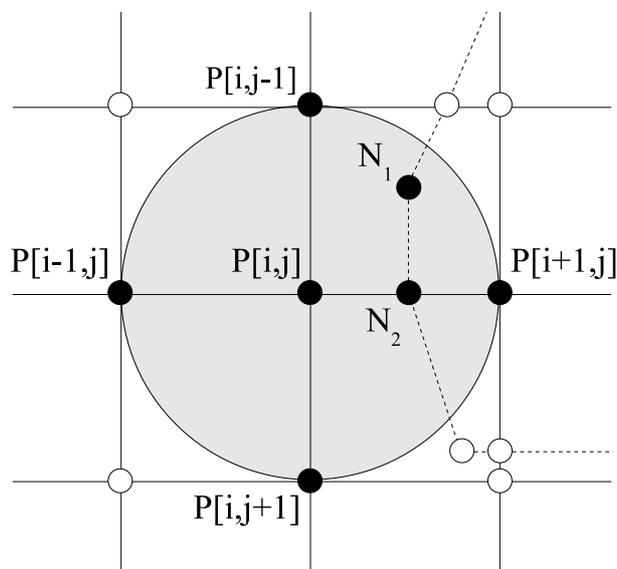


図 2.12: $P_z[i, j]$ に影響を与える範囲と点

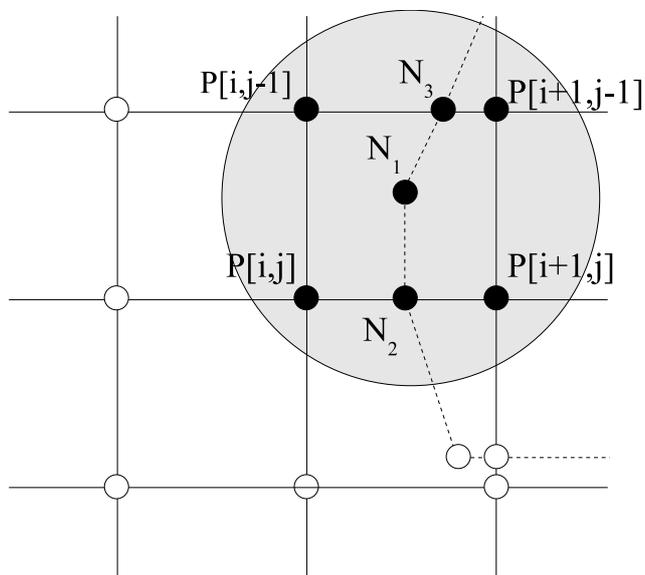


図 2.13: N_{1z} に影響を与える範囲と点

第 3 章

評価と今後の展望

3.1 評価

本研究では nVidia Quadro2 MXR/EX, Pentium4 1.5GHz, 512MB RAM の環境で行った。

DirectX9.0(December 2004) にて本手法を実装しシミュレーションを行ったところ、 26×26 の水面モデルで、フレームレートは 60fps 前後を保つことができた。シミュレーションの実行画像を図 3.1 に示す。

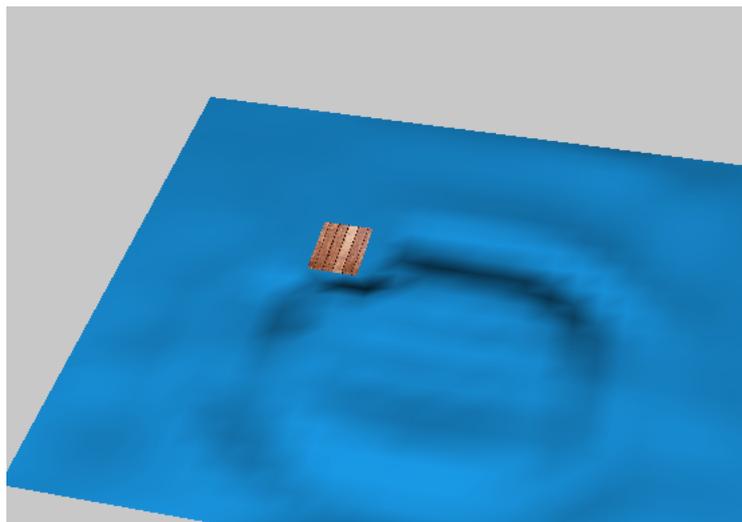


図 3.1: シミュレーションの実行画像

図 3.2は物体を非表示にした状態で水面モデルのメッシュを形成した状態を表している。このシミュレーションにおける物体は直方体であり、図の左側では2個の三角形ポリゴンでメッシュを形成し、中央右よりに直方体を囲む線をもったメッシュを形成しているのがわかる。

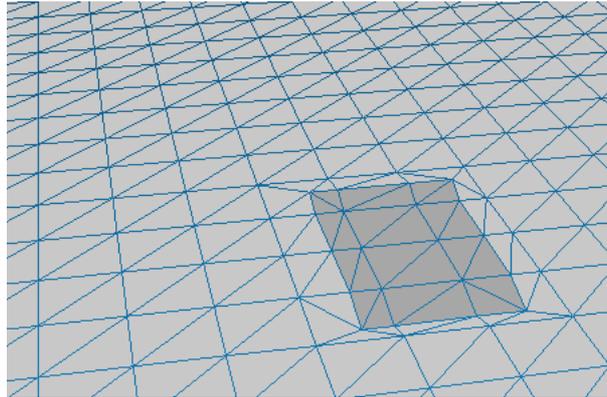


図 3.2: 物体の輪郭を反映した水面モデルのメッシュ

また、物体による波の発生についても実装できた。物体が動いたことによる水面の盛り上がりのシミュレーションを図 3.3に示す。

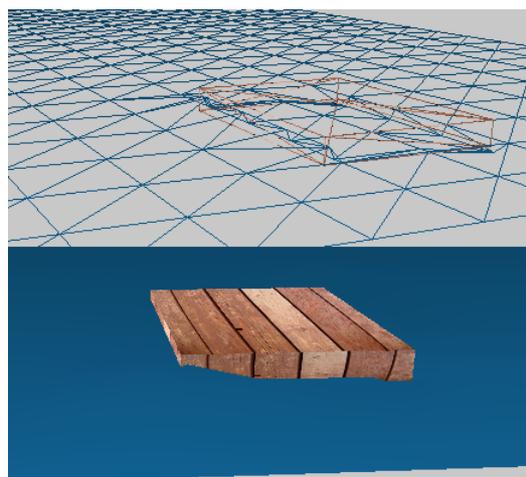


図 3.3: 波の発生による水面の盛り上がり

既存手法 [9][11] では、物体が重なっている水面モデルのメッシュの頂点部分から波を発生していたため、物体の内側から波が発生しているように見えていた。既存手法での波の発生を図 3.4 に示す。また、本手法による波の発生を図 3.5 に示す。

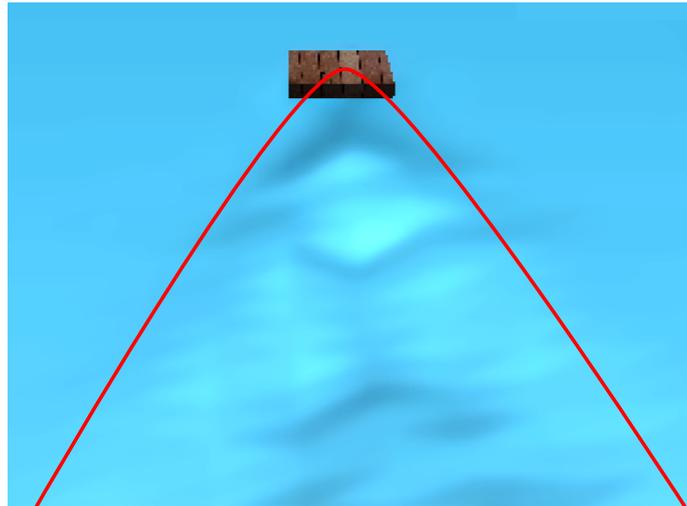


図 3.4: 既存手法での波の発生

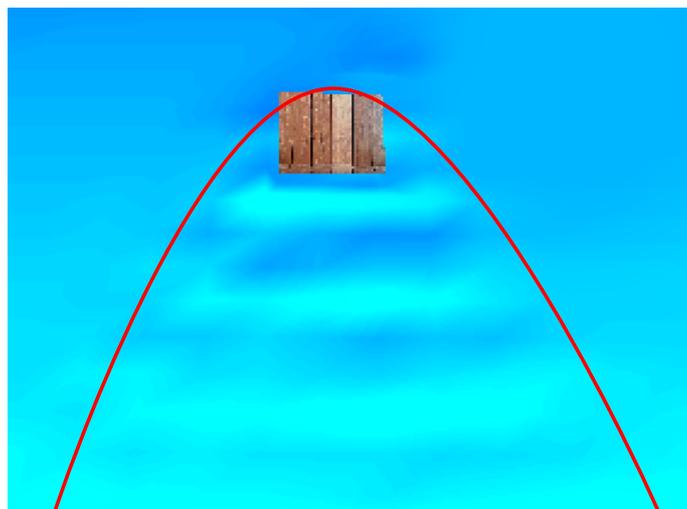


図 3.5: 本手法での波の発生

物体は共に手前から奥方向に向けて移動している。既存手法での波の発生と本

手法での波の発生を比較すると、既存手法では物体の後方部分から波が発生しているように見えるのに対し、本手法では物体の前方、物体の角の部分から波が発生しているように見えるのが判る。

3.2 問題点

本手法によって、物体の形状に応じたメッシュを形作る水面モデルを生成でき、物体の動作による細かい波の挙動を表現できるようになったが、複雑な形状に対応が困難といった問題点がある。

本手法では、水面に接する物体の切断面の頂点が多くなり、追加する頂点が増えると、メッシュ形成のパターンが大幅に増え、複雑化してしまう。だが、水面は常に動いているため、実際には厳密に切断面を求める必要は無く、切断面が少し荒くなっても見た目への影響は少ないと考えられる。

第 4 章

まとめ

本手法を用いることで、物体の形状に応じた波の挙動を考慮した水面のリアルタイムシミュレーションを行うことができた。計算精度は良くないものの、水面と物体の境界を求め、その位置で波の挙動を行うという本研究の目的に到達できたといえる。

今後の課題として、本手法では、水平方向となる xy 平面に平行な平面から物体の切断面を求めたが、水面メッシュそのものから物体の切断面を求めることで、より能率的かつ正確に水面による物体の切断面が求められると考える。また、水面の挙動では、影響は差し支えない範囲であるものの誤差が生じているため、計算手法についてさらに検討する必要がある。

謝辞

本論文を締めくくるにあたり、ご指導頂き適切な助言を頂きました、本校メディア学部の渡辺大地講師および電気通信大学 和田篤氏をはじめ、助言をくださり、協力・応援していただいたすべての方々に心より感謝申し上げます。

参考文献

- [1] M. Carlson, P. J. Mucha, and G. Turk, “Rigid fluid: Animating the interplay between rigid bodies and fluid,” 2004.
- [2] N. Foster and R. Fedkiw, “Practical animation of liquids,” 2001.
- [3] F. Losasso, F. Gibou, and R. Fedkiw, “Simulating water and smoke with an octree data structure,” *ACM Transactions on Graphics* **23**, pp. 457–462, 2004.
- [4] A. Fournier and W. T. Reeves, “A simple model of ocean waves,” 1986.
- [5] P. Y. TS’O and B. A. Barsky, “Modeling and rendering waves: wave-tracing using beta-splines and reflective and refractive texture mapping,” *ACM Transactions on Graphics* **6**, pp. 191–214, 1987.
- [6] N. L. Max, “Vectorized procedural models for natural terrain.”
- [7] M. Kass and G. Miller, “Rapid, stable fluid dynamics for computer graphics,” 1990.
- [8] M. DeLoura, 川西裕幸, and 狩野智英, *Game Programming Gems*, pp. 180–187. ボーンデジタル, 2001.

- [9] E. Lengyel and 狩野智英, ゲームプログラミングのための 3D グラフィックス
数学, pp. 325–339. ボーンデジタル, 2002.
- [10] J. Tessendorf, “Simulating ocean water,” 1999-2001.
- [11] 近藤秀樹, “浮遊する剛体の挙動を含めた水面のリアルタイムシミュレーショ
ン,” 2004.
- [12] A. S. Glassner, “Duck!,” *Computer Graphics and Applications* **22**, pp. 88–
97, 2002.